

ELABORACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA.

Christian Mauricio Correa Martínez
cmautinez@hotmail.com
Edwing Enrique García Villabona
edwingvi@gmail.com

RESUMEN

La investigación surgió como una necesidad a partir de los bajos niveles de desempeño encontrados en los estudiantes del Colegio Agroecológico Holanda de Piedecuesta en las pruebas externas e internas aplicadas. Esta tuvo un enfoque cualitativo, se utilizó el método de investigación acción participante, a través de ciclos de acción y reflexión, inicialmente se aplicó una prueba diagnóstica que registró las nociones que tenían los estudiantes sobre el concepto de función y sus representaciones. Basándose en estas evidencias, se diseñaron secuencias didácticas con situaciones problema adaptadas al contexto rural que le permitieron al estudiante construir el concepto de función a partir de sus representaciones. Finalmente, se realizó un análisis de las secuencias didácticas implementadas, a partir de una categorización y de una prueba final para verificar la asimilación del concepto de función que adquirieron los estudiantes durante el proyecto; por tanto se propone la reflexión y el análisis de los métodos que posibilitan el aprendizaje de temas como funciones.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje Significativo, Función, Pensamiento Variacional, Representación, Secuencia Didáctica.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

DESIGN AND IMPLEMENTATION OF DIDACTIC SEQUENCES FOR THE CONSTRUCTION OF THE FUNCTION IN THE STUDENTS FROM BASIC HIGH SCHOOL.

ABSTRACT

The design of didactic sequences for the construction of the function concept arose from the low performance levels found in the students from who attend "Colegio Agroecológico Holanda" in Piedecuesta in the internal and external exams applied.

The research had a qualitative approach, was used the participatory action-research method, through reflection and action cycles. Initially was applied a diagnosis test was applied to the students which showed the notions that the students had about the function concept and its representations. Taking into account this evidence, a series of didactic sequences and complementary activities were created in order to improve this situation. The didactic sequences had contextualized problematic situations as well as a variety of steps which allowed the students to build the function concept based on representations. Finally, an analysis of the didactic sequences and the final tests was carried out in order to find out the understanding of the function concept acquired by the students during the research project.

Keywords: Didactic Sequence, Function, Meaningful Learning, Representation, Variational Thinking,

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

Introducción

La principal base para el progreso y desarrollo de una sociedad es la educación. La investigación e implementación de estrategias que contribuyan al mejoramiento de la calidad educativa repercute en el desarrollo integral de las personas y, por ende, en la construcción de un mundo mejor. La presente investigación está relacionada con los bajos niveles académicos en el pensamiento variacional de los estudiantes de noveno grado del Colegio Holanda en Piedecuesta, Santander y se enfoca en el mejoramiento de la comprensión del concepto de función. La problemática se evidencia en los resultados de las pruebas SABER realizadas por el Estado, el Índice Sintético de Calidad y el informe por colegios del Día E (este informe especifica los resultados de las pruebas Saber con cada una de las competencias haciendo énfasis en los aprendizajes en los que se deben realizar acciones pedagógicas para su mejoramiento, ICFES (2015) y en los resultados de una prueba diagnóstica realizada a los estudiantes.

Al culminar la revisión, se constata que la mayoría de las falencias del componente numérico-variacional de la prueba Saber están asociados con aprendizajes del pensamiento variacional por mejorar, mencionados en el reporte por colegios entregado el día E.

Para afrontar estos hallazgos se elaboraron e implementaron secuencias didácticas con situaciones problema contextualizadas para cada una de las representaciones de la función (verbal, gráfica, tabular y algebraica), los cuales, siendo sistemas simbólicos diferentes se sincronizan para construir el concepto matemático de función. La conversión de estas representaciones permite al estudiante fortalecer la comprensión del concepto, interpretando fenómenos naturales, sociales y matemáticos.

MARCO TEÓRICO O SUSTENTO INVESTIGATIVO

En este apartado se dará paso al abordaje teórico que dará sustento a la propuesta de investigación. Ello permitirá una comprensión más amplia del sentido que tiene el conocimiento, en particular el que pertenece a los saberes matemáticos y la apropiación de este con un sentido práctico y aplicable por parte de jóvenes adolescentes en proceso formativo.

Conocimiento

Para empezar, es necesario definir a través de diversos autores el concepto de conocimiento entendido y explicado desde diversas disciplinas y experiencias que se citan a continuación:

El físico Almaguer (2007) señala que la humanidad siempre ha estado sumergida en la búsqueda, la explicación y el análisis de los fenómenos que la rodean. Toda la información procesada por un ser humano, como reflejo de las propiedades de los objetos en su mente se denomina conocimiento

Además del aporte anteriormente citado, históricamente se han establecido dos formas de conocimiento: el común y el científico. Ante esto, Bachelard (1978) explica que el conocimiento común es aquel que se resulta de la percepción, es construido por medio de la observación de los fenómenos y depende de la experiencia sensorial de quien lo examina. De otro modo, el conocimiento científico es la edificación a través de la abstracción, rompiendo con la experiencia inmediata, de esta manera se pasa de lo sensible a lo inteligible, siendo este un escenario donde es más relevante comprender que memorizar. Desde un punto de vista matemático la abstracción es ir más allá de las fórmulas matemáticas, llegando al trasfondo de estas, recorriendo el camino que condujo a ellas escudriñando su pasado.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

Aunado a lo anterior, pero enfocado en el campo de la pedagogía, Piaget (1979) utiliza como referente el conocimiento científico para determinar la validez del conocimiento. Con base en ello el autor sostiene que la epistemología genética es la disciplina que estudia los mecanismos y procesos mediante los cuales se pasa de los "estados de menor conocimiento a los estados de conocimiento más avanzado" (p.16).

Conjuntamente, en su modelo constructivista menciona los conceptos de asimilación y acomodación, para los cuales es preciso indicar que la asimilación cognoscitiva se refiere a la acción del sujeto sobre el objeto, la cual supone una transformación y posterior incorporación del objeto en función de los esquemas cognitivos del primero. La acomodación ocurre cuando el objeto influye en los esquemas del sujeto y modifica la función asimiladora.

En resumen, según Piaget, la inteligencia es un proceso de adaptación basada en un equilibrio entre la asimilación y la acomodación, en la que el conocimiento no está en el sujeto o en el objeto, sino en el proceso de interacción de los dos o "construcción".

Conocimiento matemático

De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (1998), en la escuela, el conocimiento matemático se considera como una "actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven"; esta actividad debe responder a opciones e intereses que surgen en la actualidad, convirtiéndose en una excelente herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento. Este organismo también afirma que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, son el resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, fruto de las experiencias de personas que interactúan en esos entornos, culturas y períodos históricos particulares. MEN (1998).

Desde esta perspectiva Serrano y Pons (2011) deducen que cuando el sujeto interactúa con el medio, sólo tiene dos fuentes para extraer información: el objeto y la acción; y esta extracción la realiza a través de dos procesos de abstracción: la abstracción empírica cuando obtiene la información del propio objeto, denominada "conocimiento físico", y la abstracción reflexiva que obtiene información de la acción sobre los objetos, la cual recibe el nombre de "conocimiento matemático" o "conocimiento lógico-matemático".

Otros autores como Barberá y Gómez (1996) han caracterizado el conocimiento matemático a través de categorías en las que se destaca el alto nivel de abstracción que permite eliminar las referencias a los objetos y con ello, desvincularlos de las representaciones que generan. Los expertos antes mencionados agregan que el conocimiento matemático es de naturaleza altamente deductiva y no se valida a través de fenómenos o datos de la realidad, sino mediante un proceso interno de demostración y, por último, que se apoya en un lenguaje formal específico, alejado del lenguaje natural y enfocado en obtener resultados consistentes basados en sus propios conceptos teóricos.

Intentar sincronizar los dos puntos de vista que se señalan en párrafos anteriores sobre el conocimiento matemático: el externo o referencial, que vincula las matemáticas con la realidad (conocimiento común); y el interno o formal y netamente matemático (conocimiento científico) resulta complejo y dificulta el paso de ese espíritu pre-científico a un espíritu verdaderamente científico, constituyéndose en lo que Bachelard (1987), denomina un obstáculo epistemológico para adquirir y desarrollar el conocimiento matemático.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

Otros autores como Rico (1997) realiza una organización del conocimiento matemático, desde el punto de vista cognitivo, dividiéndolo en conocimiento conceptual y conocimiento procedimental. El primero de estos, el conceptual, lo define como aquel que es rico en relaciones, una red de conocimiento en el que sus conexiones son tan importantes como las piezas discretas de información. Por su parte el procedimental se refiere a la ejecución ordenada de una tarea que está constituida por reglas, algoritmos o instrucciones paso a paso los cuales indican cómo finalizarla. Estas instrucciones se ejecutan de forma secuencial, lineal y predeterminada. Por tanto la comprensión de las representaciones, el carácter semiótico, las implicaciones lógico matemáticas, pueden permitir la construcción cognitiva que posibilite articular la función desde su operación matemática conceptual y deductiva en planos prácticos y procedimentales.

Concepto

En este apartado se define el término "concepto" dentro del panorama educativo y especialmente el matemático. Para hacerlo, hubo de consultar con diferentes autores entre los que se destaca Vergnaud (citado por Moreira, 2011) quien define el término concepto como una tríada compuesta por los siguientes elementos: el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto y que se conoce como referente, a esto se suma el conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) sobre los que reposa la operatividad de los esquemas entendido como significado, y cierra con la integración de formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto y sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de sus tratamientos, llamadas significante.

Lo anterior implica que para estudiar un concepto es necesario incluir los tres componentes de manera simultánea. Por lo tanto, un único concepto no hace referencia a un solo tipo de situación y una única situación no se analiza con una sola noción.

Por su parte, el matemático Hitt (1997) menciona que "el conocimiento de un concepto es estable en un alumno, si este es capaz de articular sin contradicciones diferentes representaciones del mismo, así como recurrir a ellas en forma espontánea durante la resolución de problemas" (p. 195).

Pensamiento Variacional

Para dar comprensión al concepto que se tratará en el siguiente ítem, es preciso hacer referencia a los lineamientos curriculares del MEN (1998) en los que desagrega los conocimientos básicos en cinco pensamientos: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. El pensamiento variacional analiza, organiza y modela de forma matemática, fenómenos y situaciones cotidianas donde el cambio sea su característica principal. Lo anterior suscita en el estudiante una actitud observadora y de registro, promoviendo el empleo de lenguaje matemático.

Los núcleos conceptuales relacionados con la variación son: el continuo numérico, la función, las magnitudes, el álgebra, y los modelos matemáticos.

Entre los sistemas de representación relacionados con la variación se encuentran las expresiones verbales, las tablas, las gráficas cartesianas o sagitales, las fórmulas, representaciones pictóricas e icónicas, entre otras.

Para formar el concepto de función se deben sumar esos aspectos visuales, gráficos, algebraicos, numéricos, simbólicos, y geométricos, así como también una "adecuada comprensión de procesos matemáticos específicos como: número, variable, constante,

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

parámetro, función, límite, derivada, integral, convergencia, representación e infinito para tener una adecuada construcción de las nociones de cambio y variación” Cantoral (2013).

El desarrollo del pensamiento variacional es un proceso que madura con el tiempo construyendo estructuras conceptuales que se enfrentarán a nuevas situaciones problemáticas que le exigirán al estudiante replantear lo aprendido.

Función

Historia de la función

Para comprender el concepto de función el lector será llevado a hacer un breve recorrido histórico que comenzará desde la antigua Babilonia hasta llegar a lo que se considera como la matemática moderna, pero en esa línea de tiempo se pasará por la experiencia de los griegos, el aporte de oriente y de los franceses hasta alcanzar los albores del siglo XX.

Como ya se mencionaba, el estudio de la variación comienza desde las tablas babilónicas, pasando por las gráficas de Oresme y las fórmulas algebraicas del Renacimiento, destacándose el estudio del movimiento, eje principal de la construcción matemática de la variación, y por ende del cálculo. También se encuentra que la versión más primitiva relacionada con el concepto de función es la dependencia entre cantidades, ya que existen registros que datan del año 2000 a.C, donde los babilonios, a través de tablas de cálculo elaboradas en arcilla indicaban los cuadrados de los números de 1 a 59 y los cubos de 1 a 32. Ugalde (2014)

Mientras el mundo evolucionaba por los años 600 a. C a 400 d. C, los griegos también hacían aportes fundamentales a las ciencias exactas. Fue en el periodo antes mencionado cuando Arquímedes plantea la primera ley de la hidrostática, como cita Falco et al. (2001): “Todo cuerpo sumergido en el seno de un fluido, sufre una fuerza ascendente (empuje) cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo” (p.1); esta ley nuevamente muestra aspectos relacionados con la dependencia entre cantidades, específicamente entre magnitudes asociadas a objetos.

Tampoco se puede desconocer la influencia oriental pues ellos también desarrollaron el concepto de función. Un ejemplo de ello es Tabit ibn Qurra, alrededor del año 850 descubrió la fórmula general para hallar los números “amigos” (un par de enteros positivos a y b , de tal manera que a es la suma de los divisores propios de b , y b es la suma de los divisores propios de a . Por ejemplo, los números 220 y 284, en ese descubrimiento se evidencian las representaciones tabular y algebraica de la función.

Siglos después, en Francia, alrededor de 1361, Nicholas Oresme creó una versión primitiva de representación gráfica para modelar la variación de ciertos fenómenos naturales. Su propósito era representar las propiedades de la cualidad observada a través de las propiedades de la figura geométrica. Es importante mencionar que esta representación gráfica no tenía referencia a escala en el segmento horizontal, es decir no se podía asociar a una representación algebraica.

En Europa, entre los siglos XV y XVI surge el uso de símbolos para representar objetos matemáticos y el estudio de la naturaleza a partir de un nuevo enfoque experimental y físico. Según Ugalde (2013) los siglos XVII y XVIII se destacan por la introducción de los sistemas coordenados por Descartes, las ecuaciones de Fermat para representar curvas y un gran aporte de Newton hacia el concepto formal de función con la teoría de las fluxiones. Esta teoría describe las magnitudes como movimientos continuos, de tal manera que una variable “dependiente” se genera a partir de una “independiente” (p.1-12); la palabra “función” aparece escrita por primera vez en un manuscrito de Leibniz de 1673 (p.12) y la primera definición en un artículo de Bernoulli en 1699, la cual Ugalde (2013) cita: “Aquí denotamos por función de una variable una cantidad compuesta, de una o varias maneras, de esa cantidad variable y constante”

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

(p.13). A esto se le añaden los aportes de Euler y Lagrange, y posteriormente, en la primera mitad del siglo XIX Cauchy, Riemann, Lobachevsky y Dirichlet dan una definición más general y rigurosa.

En el siglo XX la percepción del concepto de función se enmarca dentro de la teoría de conjuntos, al respecto Azcarate y Defelou (1990) mencionan que hay que resaltar, que se trata de una última generalización del concepto, y que, como tal, pierde muchos de los atributos que tenían las definiciones clásicas, como son la idea de variación, de continuidad, de la variable como parámetro temporal, de dependencia, característicos de la mayoría de problemas que generaron la necesidad del concepto de función.

Hoy en día el desarrollo de la matemática moderna y sus avances en diversas áreas van de la mano con el estudio de las funciones. De acuerdo a Loi (citado por Díaz s/f.) dice: "El concepto de función señala el comienzo de una nueva era de la cual constituye el nudo esencial. Si insisto sobre esta noción fundamental no es sólo porque haya abierto nuevas puertas al pensamiento, sino también y sobre todo porque ha cambiado el espíritu de las matemáticas" (p.275-291).

Concepto de función

El anterior abordaje histórico contextualiza y enmarca el concepto de función que de acuerdo con la descripción de García (2011) en su proyecto monográfico y el artículo de Ugalde (2013) citando a Spivak dicen:

El concepto más importante de todas las matemáticas (...) en casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de funciones. No ha de sorprender, por lo tanto, que el concepto de función sea de gran generalidad. (p.1-2)

El concepto de función siempre se mantiene vigente, va a la par con el interés del ser humano en comprender situaciones cotidianas y los fenómenos naturales que lo rodean.

En palabras de Godino y Font (2003) "Hay muchas situaciones en las que dos variables están relacionadas. Esta relación es una función cuando para cada valor de la variable independiente le corresponde un solo valor de la variable dependiente" (p.80).

Con base en esto, es necesario dejar claro que una variable independiente es aquella que asume valores y cambia de un valor a otro sin depender de la otra variable. Y que, por su parte, la variable dependiente también varía, pero los cambios de un valor a otro dependen de los cambios que se producen en la otra variable.

De esto se desglosa que las funciones se pueden expresar en diferentes representaciones las cuáles expresan la misma idea. Por ejemplo, en una expresión verbal se emplea el lenguaje común para realizar una descripción general que no requiere de simbología elaborada. Cuando se trata de una forma tabular se usa la tabla como muestra de función presentada numéricamente y la cual representa un elemento para comenzar el estudio de la función. El uso de filas con variables, contribuye a la comprensión acerca de que una variable puede tener un número infinito de valores de reemplazo además de aportar a la construcción de la expresión algebraica. Luego de usar la forma tabular se puede emplear la representación gráfica de la misma. Al realizar la gráfica, según señala el MEN (1998) se hace más significativa la caracterización de las variables dependiente e independiente; además nos permite visualizar características generales de la función. Otra de las formas es la algebraica, la cual expresa la función a través de una fórmula o ecuación entre los elementos que la componen.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

Aunque idealmente las representaciones contienen la misma información, ponen en función diferentes procesos cognitivos, cada uno de ellos estrechamente relacionado con los otros, Godino y Font (2003)

La representación gráfica conecta con las potencialidades conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la geometría y la topología. La representación en forma de tabla pone de manifiesto los aspectos numéricos y cuantitativos. La fórmula conecta con la capacidad simbólica y se relaciona principalmente con el álgebra, mientras que la representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas y es básica para interpretar y relacionar las otras tres" (p.777).

El contexto escolar

Un elemento que no se puede obviar dentro del proceso educativo es el contexto en el cual se desarrolla el estudiante. Es por ello que el Ministerio de Educación Nacional (1998) en sus lineamientos curriculares señala que el contexto está relacionado con cada ambiente que rodea al estudiante, tales como sus condiciones económicas, sociales, culturales, religiosas. Cada uno de estos aspectos debe tenerse en cuenta para la elaboración e implementación de una experiencia didáctica con el fin de darles sentido a las matemáticas que aprende.

En el artículo de Van Reeuwijk (1997) investigadores del Instituto Freudenthal consideran que a través del contexto el estudiante desarrollará una actitud crítica y flexible al utilizar las matemáticas en un contexto real. En el caso de la función, los contextos donde aparece permiten establecer una relación entre mundos que cambian, convirtiéndose en una herramienta de conocimiento que enlaza patrones de variación entre variables y de esta manera generar predicciones y controlar el cambio MEN (1998).

Representaciones semióticas

El empleo de signos o símbolos para figurar el mundo circundante no es algo ajeno al individuo y mucho menos a los estudiantes. Es claro que constantemente se interactúa con este tipo de caracteres y que estos ayudan a construir significados. Es por ello que a continuación se muestra en categorías las representaciones mentales y semióticas, con el propósito de comprender la pertinencia de las mismas dentro de la enseñanza y claro está del proyecto que se desarrolla con los estudiantes del colegio Holanda de Piedecuesta.

Según Duval, (citado por Zuñiga, 2009) hay dos tipos de representaciones: representaciones mentales que son las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, una situación o lo que les está asociado; es a la que se presta mayor atención y de otra parte, las representaciones semióticas que son aquellas producidas por signos que pertenecen a un mismo sistema de representación, con su propia significancia y funcionamiento.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

Las representaciones semióticas son un elemento importante para el desarrollo de las representaciones mentales y la producción de conocimiento. Las representaciones semióticas de un objeto matemático son indispensables, puesto que los objetos matemáticos no son directamente accesibles; además, los sistemas semióticos cumplen con tres actividades cognitivas esenciales en toda representación. El primero de ellos es la presencia de una representación identificable mediante la cual y de acuerdo a las reglas de formación del registro semiótico se realiza una selección de los rasgos y datos del objeto a representar en determinado sistema. Le sigue el tratamiento de una representación o, dicho de otro modo, una transformación llevada a cabo dentro del mismo registro (transformación interna). Ej. La factorización de una expresión algebraica.

Por último, está la conversión de una representación, entendida como la transformación de una representación a otra con diferente registro (transformación externa). Una expresión algebraica puede ser transformada a un registro de tabulación o a un registro gráfico; otro aspecto destacado por Duval está relacionado a que la aprehensión intelectual de un objeto o "noesis" debe ocurrir a través de una representación del mismo objeto, de tal manera que lo ayude a interiorizar (semiosis); lo anterior lleva a la conclusión que no hay noesis sin semiosis.

Según Zuñiga (2009) si tenemos en cuenta los lineamientos teóricos de Duval observamos que para construir conceptos matemáticos se debe trabajar más de un sistema de representación, realizando tareas de conversión de una representación a otra; de esta manera la articulación entre registros dará origen a la construcción de conceptos matemáticos.

Constructivismo en la enseñanza de función

Según los Lineamientos Curriculares (1998), el constructivismo considera que las matemáticas son una creación de la mente humana y que únicamente existen de forma real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Esta corriente va de la mano con la pedagogía activa de Rousseau y la psicología genética de Piaget; se enfoca en los contextos en los cuales la mente ejecuta la construcción del concepto matemático, como los organiza en estructuras y que aplicación les da.

Las teorías relacionadas con el constructivismo, definen el conocimiento como el resultado de la interacción entre la información previa y la nueva información, de tal manera que se construyen modelos que interpretan esta información nueva y evitan solamente recibirla.

Desde la perspectiva constructivista, no hay "objeto de enseñanza" sino "objeto de aprendizaje, a partir de sus concepciones previas, el sujeto construye nuevos significados del objeto de aprendizaje, socializándolos, contrastándolos con otros significados y con el conocimiento disciplinar socialmente aceptado.

Con esto la función en el la signatura de matemáticas tendría que replantearse en su concepto objetivo, para abrir nuevas posibilidades a la construcción de la realidad, es decir que la función no debería observarse solo como un objeto de enseñanza.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

Aprendizaje significativo en la enseñanza de función.

Diversos autores como Piaget, Vygotsky y Ausubel, afirman que a través de la realización de aprendizajes significativos es que el estudiante construye. Esta construcción es fruto de un proceso de selección, organización y transformación de la información que recibe, estableciendo conexiones con sus conocimientos previos; lo anterior permite definir el aprendizaje significativo como Díaz y Hernández (2002) "aquel que conduce la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes" (p.39).

Por otra parte, Ausubel (2002) afirma que "el potencial cognitivo humano a diferencia de un ordenador no puede manejar con mucha eficacia información que se enlaza con él de manera literal" (p.205). La condición más importante para que el aprendizaje sea significativo es que pueda relacionarse con los que el estudiante ya sabe.

Es decir, el aprendizaje no comienza de cero, sino sobre la base del saber que se ha construido y de las estructuras mentales formadas, estableciendo una relación personal entre temas matemáticos como función y la experiencia que el estudiante posee.

Secuencia didáctica en la enseñanza de función.

Las secuencias didácticas representan una parte fundamental en el aprendizaje debido a que permiten que el estudiante aplique preconceptos, intereses, confrontación de procesos, resolución de situaciones problemas, entre otros. De esta manera, como afirma Londoño (2014) las secuencias representan un insumo para mejorar la calidad de la educación.

La secuencia didáctica es una ruta trazada por el educador para que el estudiante construya conocimiento, se elabora de acuerdo a las necesidades del contexto, empleando recursos didácticos adecuados con actividades que estimulen la autonomía y el pensamiento crítico abordando un tema de forma progresiva.

Este trabajo de investigación emplea para la elaboración de las secuencias didácticas las pautas establecidas por Furman (2012). Esta autora recomienda involucrar a los estudiantes aprovechando los recursos del medio como insumo, para que los estudiantes adquieran habilidades y construyan conceptos, la cual puede ser muy útil en el aprendizaje de función.

Metodología.

Basado en la identificación del problema, esta investigación es de carácter cualitativo. Está orientada a identificar las dificultades que presentan los estudiantes con el concepto de función; y se pretende fortalecer su comprensión realizando secuencias didácticas con actividades que les permitan manejar cada una de las representaciones del concepto (verbal, tabular, algebraica, gráfica) aplicando tareas de tratamiento y conversión para llegar a la construcción del concepto.

Carr y Kemis, (citados por Cerda, 2003) plantean condiciones que deben darse para que exista investigación acción participativa: debe partir de las necesidades identificadas en el entorno educativo, contar con el compromiso y participación de sus integrantes siguiendo un ciclo de acción-reflexión, es decir, planear, actuar, observar y reflexionar.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

Cerda (2003) establece cuatro pasos que intervienen en un proceso de investigación:

- **Diagnóstico:** En esta fase se analizó los resultados de las pruebas realizadas por el Estado (ISCE, SABER; Informe por colegios Día E) y se realizó una prueba diagnóstica con el fin de determinar falencias en la noción del concepto de función.

- **Elaboración de un plan:** A partir de los resultados encontrados, se construye un plan de acción consistente en elaborar secuencias didácticas adaptadas al contexto, que le permitan al estudiante mejorar la comprensión del concepto de función. Para lograr esto se realiza una revisión bibliográfica de los documentos oficiales (lineamientos y estándares), e información relacionada con investigaciones que apunten al pensamiento variacional y específicamente al concepto de función. De esta manera el docente adquiere un dominio en los componentes teóricos, procedimentales y sociales de la problemática a tratar.

- **Puesta en marcha del plan:** Consiste en la implementación de las secuencias didácticas y la realización de un seguimiento al conjunto de actividades llevadas a cabo, apoyado por un par académico que tome por escrito las observaciones realizadas durante el desarrollo de las secuencias, complementado con la presencia del asesor de tesis en algunas de las sesiones.

- **Reflexión:** Se efectúa un análisis de las secuencias didácticas para evaluar las fortalezas y revisar las debilidades y de esta manera mejorar las siguientes secuencias.

Por medio de los registros escritos y los aportes realizados por el tutor, se realiza una recolección de información y se condensa a través de una categorización que nos permita determinar el mejoramiento en la comprensión del concepto de función y la efectividad de las estrategias implementadas. Así como la ejecución de una prueba final para corroborar el análisis realizado.

La población objeto de estudio estuvo constituida por 50 estudiantes del grado 9-1 y 9-2 del Colegio Agroecológico Holanda. La muestra corresponde a 25 estudiantes del grado 9-2, cuyos instrumentos utilizados para el proceso de investigación, fueron la aplicación de una prueba diagnóstica, la observación de clase, la prueba final y el registro fotográfico. Estos instrumentos fueron validados a través de la aplicación de una prueba diagnóstica, la observación por parte de pares académicos y creación de informes escritos por parte de los mismos, la evaluación por expertos realizada por nuestro director de proyecto, y finalmente la confrontación de objetivos con respecto a la investigación realizada.

Secuencias didácticas

Para la realización de este estudio se implementaron tres secuencias didácticas, con cuatro sesiones cada una, desarrolladas de la siguiente forma:

La primera secuencia didáctica "Un mundo cambiante", involucra la temática del hallazgo de patrones. La secuencia cuenta con actividades en las que se emplean figuras geométricas elaboradas con material concreto, apoyado con elementos proyectados a través de un monitor de televisión. Se destaca el trabajo colaborativo, el planteamiento de hipótesis, el surgimiento de preguntas y la resolución de las mismas a través de la discusión entre los estudiantes apoyados con la mediación del docente.

Además, se involucran actividades relacionadas con representaciones tabulares, las cuales están asociadas a situaciones problema en conexión con el contexto de la institución.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

En esta secuencia didáctica, la utilización de material concreto llamó la atención de los estudiantes, se mantuvo una permanente atención en el desarrollo de las actividades. El trabajo colaborativo contribuyó a que el estudiante interactúe con sus compañeros, corrija sus desaciertos y sirva de apoyo a sus compañeros durante el proceso de aprendizaje. Según los lineamientos del MEN (1998) "Es importante que los alumnos se sensibilicen ante los patrones que se encuentran a diario en diversas situaciones, a describirlos y a elaborar modelos matemáticos de esos patrones y a establecer relaciones" (p.80). Al asignar una serie de números naturales a las secuencias de figuras para que el estudiante determine cuál objeto debe ocupar esa posición, los estudiantes asimilaron la actividad y pusieron en juego la idea de función de acuerdo con lo expuesto por Godino y Font (2003), quienes afirman la importancia de este proceso para el afianzamiento del concepto.

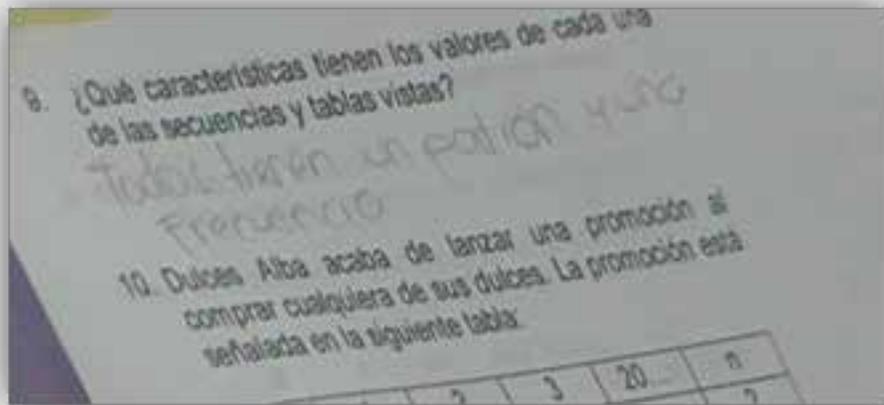
Cabe resaltar la curiosidad que les despertó los valores contenidos en las representaciones tabulares a trabajar en esta secuencia y su verificación con la realidad. Así mismo la manera como esos valores "cambiaban" en cada situación problema fue motivo de interacción y discusión entre ellos. Con respecto a los patrones con figuras geométricas al preguntar a los estudiantes por qué ubicaron determinada figura geométrica en el paso señalado, algunos mencionaron en sus explicaciones el término "secuencia" y otros emplearon la expresión "patrón". Cuando se le preguntó al estudiante ¿Qué es un patrón? Lo definió como "una secuencia de símbolos que se repiten hasta cierto punto"; lo anterior coincide con el estándar asociado a este aprendizaje asociado al nivel de básica primaria y necesario para el estudio del concepto de función: "Identifico el patrón numérico de una secuencia y lo explico con palabras o tablas" MEN (2002).



Patrones con figuras geométricas

Al indagar por las diferencias entre el patrón de los círculos y el de las líneas entrecruzadas, muchos de los estudiantes mencionan que en la primera se "suman" y en la segunda se "restan", de esta manera los asocian con los patrones de crecimiento y decrecimiento.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B



Secuencia I

La secuencia didáctica "Represento mi entorno" efectúa un nexo con la anterior para introducir la representación gráfica de la función a partir de la expresión verbal y tabular vistas anteriormente. Posteriormente plantea una serie de actividades que conducen a la interpretación de la gráfica describiendo su comportamiento. De esta manera se construyen representaciones gráficas a partir de representaciones tabulares y expresiones algebraicas. Las situaciones problema están relacionadas con la cotidianidad como el hecho de ir a una estación de servicio a comprar gasolina, hacer deporte, hacer mercado o analizar la forma como se efectúa el pago de un servicio público como la electricidad. Se efectúan transformaciones de tratamiento y conversión para encontrar la solución de las situaciones planteadas.

Las actividades relacionadas con aspectos cotidianos de los estudiantes fueron bien aceptadas por los mismos, lo cual facilita el desarrollo de la temática, destacando la importancia del contexto, el cual "tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas." MEN (1998).

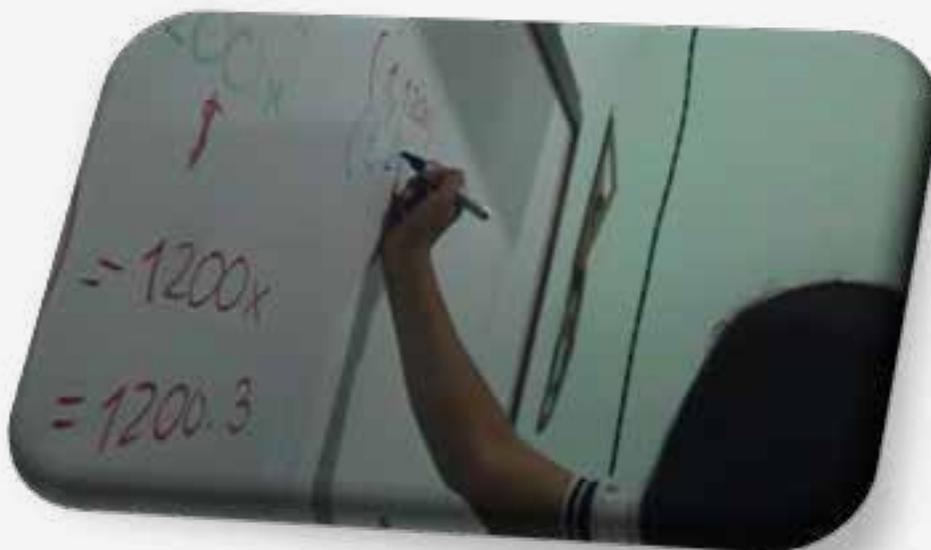


Representación gráfica

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

En la actividad "Venta de papa en el mercado campesino", una vez realizadas las operaciones necesarias para completar la tabla, se realizó la siguiente pregunta: ¿Con que expresión representarían el valor de x libras de papas?

La mayoría trató de deducir la expresión algebraica a partir del último ejercicio realizado, analizando la gráfica y unos más volvieron a la tabla de la actividad para determinar la expresión algebraica.



Representación algebraica

El aspecto en el que se presentó dificultad es coherente con lo expresado por Duval, (citado por Zuñiga, 2009) el cual señala que "la conversión del sistema algebraico al gráfico es más fácil que el inverso, es decir del gráfico al algebraico".

Desde \ Hacia	Descripción verbal	Tabla	Gráfica	Fórmula
Descripción verbal	---	Medida	Boceto	Modelo
Tabla	Lectura	—	Trazado	Ajuste
Gráfica	Interpretación	Lectura	—	Ajuste
Fórmula	Interpretación	Cómputo	Gráfica	---

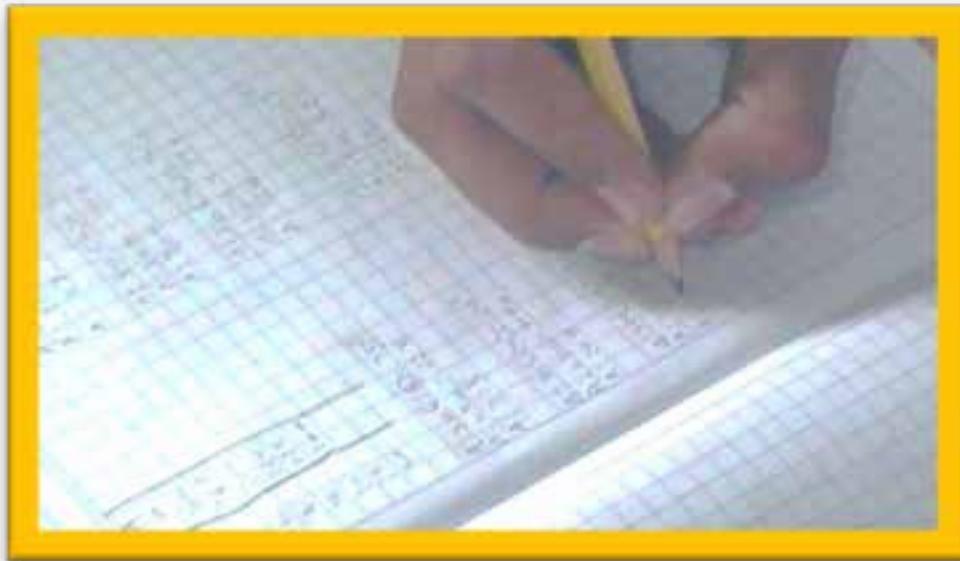
Tabla de traducciones de Janvier (1978)

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

La tercera secuencia didáctica "Áreas y rectángulos" incorpora el trabajo fuera del aula de clase, así como el manejo de material concreto para construir figuras geométricas y el trabajo colaborativo. Las actividades de descubrimiento ocasionaban una nutrida interacción entre los integrantes de los equipos de trabajo y el docente como mediador, creando un hilo conductor en cada sesión que los llevaba a despertar su curiosidad e interés por construir conocimiento. A través del material concreto se elaboraron varias situaciones relacionadas con las representaciones de la función y de esta manera reafirmar los conceptos.

La realización de la actividad fuera del salón se convirtió en una experiencia agradable para los estudiantes, al cambiar el entorno cotidiano en el que se desenvuelven las mismas.

La utilización de material concreto, nuevamente llamó la atención de los estudiantes, contribuyendo a una buena disposición para trabajar en clase y teniendo en cuenta que: "conviene elevar al máximo el impulso cognoscitivo, despertando la curiosidad intelectual y utilizando materiales que atraigan la atención" Ausubel, Novak y Hanesian (1978). Toda esta serie de actividades confirma que la utilización de escenarios geométricos puede ser utilizada "para reconocer y descubrir regularidades o patrones presentes en las transformaciones" MEN (1998).



Representación tabular

Categorización

La categorización está dada por tres componentes que han estado presentes a lo largo de esta investigación.

- Identificación: Corresponde al nivel de motivación del estudiante hacia el nuevo aprendizaje, en el cual explora sus saberes previos en cada una de las actividades a realizar, a través de la identificación de las características de cada representación y el fenómeno que describe generando un espacio de aprendizaje.

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

- **Tratamiento:** Se efectúa el análisis de las transformaciones dentro de la misma representación, siguiendo las reglas de tratamiento propias de cada registro, las cuales, a través de acciones procedimentales, conllevan al desarrollo de destrezas que le permiten al docente guiarlo hacia la conceptualización.

- **Conversión:** Esta categoría contiene el análisis de los cambios de registro, y las conexiones que el estudiante realiza con otras representaciones articulándolas de forma coherente; poniendo en función diferentes procesos cognitivos, y permitiéndole establecer conclusiones en situaciones con diversos niveles de complejidad, aplicándolas en cualquier contexto; como lo explica Buenaventura (2015) sobre la conversión, el cambio de un registro de representación a otro registro de representación hace parte de la conversión, por ejemplo cuando el estudiante construye atributos que relacionen una figura plana y una tridimensional (p.78).

Conclusiones

Las pruebas externas (ISCE, SABER, Día E) constituyen una valiosa fuente de información cuando se efectúa un análisis concienzudo de cada una de ellas, estableciendo conexiones que permitan determinar las falencias, no solamente en el área en general, sino también en un pensamiento o una temática específica, y de esta manera proceder a elaborar una estrategia que permita mejorar esa deficiencia encontrada.

La implementación de secuencias didácticas permitió que se desarrollara el tema a tratar de manera dinámica, colaborativa, en la cual se establecían interacciones docente-estudiante, estudiante-estudiante, permitiendo crear conexiones entre sus presaberes y el nuevo conocimiento.

A través de la indagación de presaberes, un manejo adecuado de las secuencias didácticas que conviertan en parte activa al estudiante y permitan que vaya construyendo la definición del concepto; y la aplicación de situaciones problema dentro del contexto y a la par del momento en que ocurre el aprendizaje, contribuimos en nuestra labor docente a generar estudiantes con capacidad para explorar, plantear hipótesis y construir respuestas a diversos modelos presentes en su cotidianidad.

La retroalimentación de nuestras actividades pedagógicas permite que tomemos decisiones correctas que mejoren nuestra práctica docente, generando un espacio de reflexión y permitiendo que analicemos las fortalezas y debilidades de nuestra metodología y de esta manera no repetir los errores año tras año. Lo anterior conlleva a que el estudiante mejore en la comprensión y asimilación de sus conocimientos.

Recomendaciones

Es importante generar un cambio de paradigma en el docente, de tal manera que deje a un lado la metodología tradicional de enseñanza donde el docente posee la información, define un concepto, recita un contenido y el estudiante recibe todo esto cuál recipiente vacío para después realizar una serie de ejercicios descontextualizados que no desarrollan el pensamiento matemático.

Se sugiere que el trabajo con situaciones problemáticas adaptadas al contexto sea implementado en las asignaturas básicas, y que los diferentes cuestionamientos generados promuevan el pensamiento del estudiante, mejorando su capacidad crítica y de síntesis, de acuerdo con los entornos pedagógicos que se trabajan en cada una de las áreas.

Incentivar a la comunidad académica para que pueda llevar los resultados de sus investigaciones al aula de clase, de tal forma que generen espacios que propicien, desarrollen y potencien cada uno de los procesos escolares.

Referencias

- Almaguer, B. (2007). *Actividad y comunicación científica*. Imperatriz: BeniRos.
- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós. Consultado en: https://issuu.com/luisorbegoso/docs/ausubel_-_adquisicion_y_retencion_d
- Azcarate, C., & Defelou, J. (1990). *Funciones y gráficas*. Madrid: Síntesis.
- Bachelard, G. (1978). *El racionalismo aplicado*. Buenos Aires: Paidós.
- Bachelard, G. (1987). *La formación del espíritu científico*. México: Siglo XXI.
- Barberá, E., y Gómez, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y evaluación en matemáticas. En C. Moreno, & I. Solé, *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista* (págs. 383-404). Madrid: Alianza.
- Buenaventura (2015). *Representaciones semióticas de sólidos que tienen los estudiantes de educación media*. Universidad del Tolima. Consultado en: <http://repository.ut.edu.co/bitstream/001/1561/1/Trabajo%20de%20Grado%20Jaime%20Buenaventura%20%281%29%20%281%29.pdf>
- Cantoral, R. (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- Cerda, H. (2003). *Como elaborar proyectos: Diseño, ejecución y evaluación de proyectos sociales y educativos*. Bogotá: Magisterio.
- Díaz, F. y Hernández (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mc Graw Hill. Consultado en: <https://es.slideshare.net/Quest82/estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significado-diaz-barriga-f-y-hernandez-g-2002>
- Díaz Muñoz (s.f.) *zubiri y la matemática. Capítulo primero matemática: una sugerencia para la filosofía Zubiriana*. Consultado en: <http://www.zubiri.org/works/spanishworksabout/munoz/chapter1.htm#F76>
- Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (M. Vega, Trad.) Cali: Síntesis.
- Furman, M. (2012). *Programa Educación Rural - PER: Orientaciones técnicas para la producción de secuencias didácticas para un desarrollo profesional situado en las áreas de matemáticas y ciencias*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- J Falco, I Franceschelli y M Maro (2001). *Método de Arquímedes para determinar densidades. Análisis gráfico de resultados experimentales*. Universidad de San Andres. Consultado en: https://www.fisicarecreativa.com/informes/infor_mecanica/densidades_udesal.pdf
- Godino, J. D., y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada: ReproDigital.
- García (2011) *Evolución del Concepto Función hasta el Siglo XX*. Universidad de Panamá. Consultado en: <https://www.monografias.com/trabajos88/evolucion-del-concepto-funcion-inicios-del-siglo-xx/evolucion-del-concepto-funcion-inicios-del-siglo-xx2.shtml>
- Hitt, F. (1997). *Sistemas semióticos de representación*. *Avance y Perspectiva*, 16, 191-196.
- Loi, M. (1988). *Rigor y ambigüedad*. En *Pensar la matemática*. Barcelona: Tusquets. (pp.275-291)
- Londoño, D. (2014). *Secuencia didáctica para la construcción de conocimientos sobre la mecánica de fluidos en estudiantes del grado octavo*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- MEH. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá: Libros y libros S.A.
- Moreira, M. A. (2011). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Publicación UFGRS, 1-28.
- Piaget, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico (I). Naturaleza y métodos de la epistemología*. Buenos Aires: Paidós. Consultado en: <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/32321/6/Teoria%20de%20Jean%20Piaget.pdf>

DIALÉCTICA AÑO 16 2020-1B

- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra, y otros, La educación matemática en la enseñanza secundaria (págs. 15-38). Madrid: Ice-Horsori.
- Serrano, J. M., y Pons, R. M. (2011). El desarrollo del conocimiento matemático. *Psicogente*, 14(26), 269-293.
- Spivak, M. (2005). *Cálculo Infinitesimal*. Madrid: Reverté.
- Ugalde, W. (2014). Funciones: Desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Matemática, Educación e Internet*, 14(1), 1-48.
- Van Reeuwijk, M. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO. Revista didáctica de las matemáticas* (12), 13-14.
- Zuñiga, M. I. (2009). Un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización en alumnos de un curso de Cálculo I. Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco de Morazán.