



REVISTA

educare

*Órgano Divulgativo de la Subdirección de Investigación y Postgrado
del Instituto Pedagógico de Barquisimeto “Luis Beltrán Prieto
Figueroa”*

BARQUISIMETO – EDO. LARA – VENEZUELA

NUEVA ETAPA
FORMATO ELECTRÓNICO
DEPOSITO LEGAL: ppi201002LA3674
ISSN: 2244-7296

Volumen 15 Nº 2
Mayo-Agosto 2011

**RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE CONJETURACIÓN Y DEMOSTRACIÓN
UTILIZANDO EL SOFTWARE CABRI GÉOMÈTRE II**

***GEOMETRIC REASONING IN SOLVING CONJECTURE AND
DEMONSTRATION PROBLEMS USING THE CABRI
GÉOMÈTRE II SOFTWARE***

Francisco Laurito

Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Instituto Pedagógico de Barquisimeto

Carmen Valdivié

Universidad Centrocidental “Lisandro Alvarado”

**RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE
CONJETURACIÓN Y DEMOSTRACIÓN UTILIZANDO EL SOFTWARE
CABRI GÉOMÈTRE II**
***GEOMETRIC REASONING IN SOLVING CONJECTURE AND DEMONSTRATION
PROBLEMS USING THE CABRI GÉOMÈTRE II SOFTWARE***

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Francisco Laurito*
UPEL-IPB
Carmen Valdivié**
UCLA

Recibido:25-01-11

Aceptado: 13-06-11

RESUMEN

El trabajo reporta los hallazgos de una investigación que tuvo como propósito estudiar el razonamiento geométrico de los estudiantes en la resolución de problemas de conjetura y demostración, durante el desarrollo de un curso de Geometría con el software Cabri Géomètre II, tomando como referencia los niveles descritos por Van Hiele, en la resolución de problemas de conjetura y demostración. Conceptualmente la investigación se ubica en la teoría cognitiva del modelo de Razonamiento de Van Hiele, empleándose el microanálisis y el sistema de categorización propuesto por Gil, Rodríguez y García (1999). Analizada la información, los hallazgos indican que: (a) Sólo tres estudiantes evidencian un Nivel de Van Hiele superior en la sexta sesión, respecto al nivel en el cual se ubicaron en la tercera sesión y (b) El software Cabri Géomètre II tal como fue empleado en esta investigación favorece el razonamiento geométrico de los estudiantes cuando resuelven problemas de conjetura y demostración.

Descriptor: Educación matemática, resolución de problemas geométricos, demostración, conjetura, Cabri Géomètre II.

ABSTRACT

This research studies students' geometric reasoning in solving conjecture and demonstration problems through the Cabri Geometry II software, taking into account Van Hiele's levels of reference for conjecture and demonstration problem solving. Theoretically speaking, this research is based on Van Hiele's Reasoning Model, as well as the microanalysis and categorization system proposed by Gil *et al* (1999). Results indicate that a. only three students show a higher Van Hiele's level during the sixth session in comparison to the third session; and b). the Cabri Geometre II Software favors students' geometric reasoning when solving conjecture and demonstration problems.

Keywords: Geometric solving problems, demonstration and conjecture, Cabri Géomètre II

* Profesor de Matemática (UPEL-IPB), Magister en Educación Matemática (Universidad de Carabobo), actualmente cursante del Doctorado en Ciencias de la Educación (UFT), Coordinador del Área de Geometría del Departamento de Matemática, Ponente y tallerista en las Jornadas Centroccidentales de Educación Matemática, egresado del Diplomado Capacitación Docente en Entornos Virtuales de Aprendizaje (UCLA). lauritof7@yahoo.es

** Doctora egresada del programa de postgrado Interinstitucional UNEXPO-UCLA-UPEL-PIDE, candidata a PPI, profesora de matemática con maestría en Matemática, mención Enseñanza de la Matemática, igualmente maestra jubilada con 31 años de servicio y actualmente profesora ordinaria y agregado en la asignatura Matemática del Decanato de Administración y Contaduría de la UCLA, Tutora de diversos trabajos de Maestría en Matemática, mención Enseñanza de la Matemática y finalmente tutora virtual del curso de Diplomado Desarrollo del Pensamiento Matemático promovido por Fe y Alegría. Ponente y tallerista en las Reuniones Latinoamericanas de Matemática Educativa realizadas en Cuba, Chile y Uruguay. carmenv@ucla.edu.ve

INTRODUCCIÓN

Actualmente Venezuela enfrenta una crisis que se observa en todos los órdenes, y en particular el orden educativo, lo cual hace vital la búsqueda de soluciones para mejorar la calidad de la enseñanza y por consiguiente la calidad del egresado de las instituciones de educación superior.

La Geometría es una de las áreas de las matemáticas que no ha escapado a esta problemática. Esto se confirma al observar algunos de los resultados de estudios de carácter evaluativo, como los realizados por el Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje y por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (Sinea, 1998, 1999), en los cuales se muestra que los alumnos presentan deficiencias en la capacidad de razonamiento geométrico, específicamente con aspectos relacionados con la conjetura y la demostración en Geometría.

Durante las últimas tres décadas una de las áreas de las matemáticas más descuidadas en el currículo escolar, ha sido la Geometría. Ello se evidencia en los resultados de diversos estudios de carácter evaluativo realizados tanto en el país como en Latinoamérica. En algunos trabajos se muestra que los alumnos presentan carencia recurrente en la capacidad de razonamiento geométrico, entre otras, tal como lo señala la investigación realizada por el Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (Sinea, ob.cit.). En estos estudios se reporta lo siguiente:

(a) Las dificultades encontradas parecen estar en el desconocimiento y en la falta de aplicación de los conceptos, en el cálculo de las áreas y volúmenes, y en la equivalencia de medidas. El área de Geometría fue considerada como crítica para ese nivel que correspondería actualmente con el 9° año de Educación Básica;

(b) los alumnos de tercer grado en el área de Geometría se ubicaron en un nivel de “No logro”, “Logro” y “Logro Parcial” de los temas dados (menos del 25% respondieron correctamente las preguntas). La mayor dificultad se presenta en la interpretación de las características de las figuras y en la identificación de los cuerpos geométricos;

(c) similarmente, en el caso de los alumnos de sexto grado, el informe muestra que se ubican en el nivel de “No Logro”. Se evidencia una clara deficiencia en el dominio de relaciones espaciales y su expresión en términos matemáticos; y

(d) en noveno año hay insuficiencias en la comprensión y aplicaciones de los teoremas geométricos de Euclídes y Pitágoras.

Los estudios exponen en lo que respecta al aprendizaje de la Geometría, que los alumnos no alcanzan a responder correctamente la mitad de las preguntas de las pruebas aplicadas, lo cual evidencia que al finalizar la tercera etapa de Educación Básica, los estudiantes no logran los niveles de ejecución requeridos en los tópicos del área, debido a dos razones fundamentales. Una primera razón relativa a la escasa capacidad de los alumnos para resolver problemas matemáticos simples de la vida cotidiana, aún cuando reconocen signos y estructuras.

La segunda razón, está en función de que, en las clases y en los libros de texto, se cubre en una primera etapa, las conjeturas, pero se omite la segunda y fundamental etapa para el aprendizaje de la Matemática y de la Geometría en particular, la de la demostración o justificación. Fase que permite diferenciar, una definición de un teorema y sus respectivos roles.

Particularmente en la universidad, la Geometría es generalmente enseñada con un enfoque axiomático y en forma excesivamente formal, obviándose las actuales herramientas pedagógicas como lo son las tecnologías y el software dinámico, entre otras. Los programas tienden a la búsqueda de demostraciones formales y a que los alumnos adquieran un pensamiento deductivo, dejando de lado actividades de visualización, diseño, exploración, modelización, conjetura, definición, argumentación y demostración. Estas acciones son importantes para la búsqueda de descubrimientos y que pueden ser realizadas tanto en el plano formal de la enseñanza como con el uso de tecnologías. Con el enfoque axiomático, los estudiantes tienen dificultades para aprender Geometría, tal como lo reportan las recientes investigaciones (Colmenárez, 2001; Graterol, 2001; Pérez, 2001 y Rojas, 2001).

De continuar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría con el enfoque formal en la Educación Superior y en una Universidad tan específica como la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), la formación de los estudiantes para profesores no apunta a la educación de seres creativos y pensantes. Más bien apunta, a la multiplicación y formación de hombres y mujeres carentes de razonamiento y con deficientes habilidades numéricas, promoviendo un rechazo hacia la Geometría, tanto en docentes como en estudiantes.

Sin embargo, a pesar de la crisis, el impacto tecnológico en los ámbitos educativos es un hecho irreversible. Los software de geometría dinámica se han popularizado en las instituciones educativas donde se les utiliza para transformar la forma tradicional en la que se conciben los procesos de enseñanza y aprendizaje en Geometría. El Cabri Géomètre II no es la excepción, pues entre otros aspectos relevantes, contribuye a que los estudiantes, se planteen sus ideas, construyan, exploren, analicen y pongan a prueba sus conjeturas.

En virtud de la problemática antes señalada, se plantea en esta investigación estudiar el razonamiento geométrico de los estudiantes en la resolución de problemas de conjetura y demostración, durante el desarrollo de un curso de Geometría con el software Cabri Géomètre II.

Asimismo, el trabajo pretende fomentar la reflexión de los docentes que imparten la asignatura sobre su práctica pedagógica, para mejorar en corto plazo tanto el desempeño académico como la calidad de la formación de los estudiantes.

Para lograr el propósito del estudio, se han planteado algunas metas, como lo son: (a) Aproximarse al nivel de razonamiento geométrico inicial de los alumnos sujetos a estudio; (b) Desarrollar una unidad didáctica para un curso de geometría mediante la incorporación del software Cabri Géomètre II, como herramienta didáctica auxiliar; (c) Aproximarse al nivel de razonamiento geométrico desarrollado por los alumnos durante la experiencia instruccional con el uso del software Cabri Géomètre II; (d) Interpretar los procesos de razonamientos de los estudiantes al utilizar el software Cabri Géomètre II en la resolución de problemas de conjetura y demostración.

Para abordar la investigación, nos hemos ubicado en una teoría cognitiva y se han utilizado algunos elementos que han permitido metodológicamente recabar y analizar la información. Se desarrollarán algunos elementos de la teoría que se consideran claves para lo expuesto en este artículo ya que permitirán entender la problemática en torno a la resolución de problemas geométricos desde los niveles de Van Hiele. Para ahondar en ella se sugiere consultar Laurito (2009) y Jaime, (1993).

REVISIONES TEORICAS

Teoría Cognitiva: Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele

En los últimos años, las investigaciones relacionadas con la enseñanza de la Geometría están destinadas a caracterizar los procesos de construcción y aprehensión de determinados conceptos geométricos (Guillén, 2000). Dentro de estas investigaciones, la utilización del modelo de Van Hiele se ha hecho frecuente, pues se considera como un modelo posible para interpretar el aprendizaje de la Geometría (Huerta, 1999). En la actualidad, el Modelo de Razonamiento de Van Hiele es aceptado como el soporte conceptual y natural de investigaciones relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría (Flores, 1991; Jaime, Chapa y Gutiérrez, 1991; De Villers, 1996; Saads y Davis, 1998).

En los años 50, los educadores Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele desarrollan una teoría de aprendizaje en Matemática, pero que ha tenido mayor aplicación en el área de la Geometría. Este modelo se basa en la definición de cinco (5) niveles de pensamiento, a través de los cuales según los autores, progresan los estudiantes, y en donde cada nivel posee un tipo de conocimiento, un vocabulario y una forma de razonamiento característico. Seguidamente se describen los niveles de razonamiento que proponen los Van Hiele y que recoge Graterol (2001):

Nivel 1 (Reconocimiento): Los objetos se perciben en su totalidad, son descritos de forma global, diferenciándolos y clasificándolos con base en semejanzas o diferencias físicas generales. No se reconocen explícitamente los elementos y propiedades de los objetos. Algunas habilidades geométricas que describen este nivel de razonamiento propuesto en el Modelo de Van Hiele son: (a) Reconocer diferentes figuras en un dibujo; (b) Reconocer información contenida en una figura; (c) Asociar el nombre correcto con una figura dada; (d) Interpretar frases que describen figuras; (e) Hacer dibujos de figuras nombrando adecuadamente las partes que las componen; (f) Darse cuenta que hay diferencias y similitudes entre figuras; (g) Comprender la conservación geométricas en objetos básicos.

Nivel 2 (Análisis): Los conceptos se entienden a través de los elementos que los componen, identificando y generalizando propiedades del mismo, las cuales se utilizan independientemente sin establecer relaciones entre ellas. Se pueden deducir relaciones o propiedades entre los objetos y sus

componentes, pero sólo a través de la experimentación. Las habilidades geométricas que describen este nivel de razonamiento propuesto en el Modelo de Van Hiele son: (a) Notar las propiedades de una figura; (b) Identificar una figura como parte de una mayor; (c) Describir adecuadamente varias propiedades de una figura; (d) Expresar en un dibujo la información verbal dada; (e) Utilizar las propiedades dadas de una figura para dibujarla o construirla; (f) Comprender que las figuras pueden clasificarse en diferentes tipos; (g) Notar que las propiedades sirven para distinguir las figuras; (h) Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos, (i) Representar fenómenos en un modelo.

Nivel 3 (Clasificación): Se realizan clasificaciones lógicas de los objetos, descubriendo nuevas propiedades con base en relaciones o propiedades ya conocidas y por medio del razonamiento informal. Se comprenden las características de las figuras en distintas posiciones, y (h) Identificar formas razonamiento lógico en una forma aislada, pero no se comprende el encadenamiento de estos pasos ni la estructura de una demostración. Entre las habilidades geométricas que describen este nivel de razonamiento propuesto en el Modelo de Van Hiele están: (a) Reconocer interrelaciones entre diferentes tipos de figuras; (b) Reconocer las propiedades comunes de diferentes tipos de figura; (c) Definir con palabras adecuadas y consistentes; (d) Formular frases que muestren relaciones entre figuras; (e) Dada cierta figura construir otras relacionadas con la primera; (f) Comprender las cualidades de una buena definición; (g) Usar las propiedades para determinar si una clase de figura está contenida en otra y (h) Comprender el concepto de un modelo matemático que representa relaciones entre objetos.

Nivel 4 (Deducción): Se comprende la estructura axiomática de la Matemática y se emplea el razonamiento lógico formal para construir demostraciones, aceptando la posibilidad de obtener el mismo resultado siguiendo distintas premisas. No se ha adquirido un conocimiento global de los sistemas axiomáticos por lo cual no se comprende la necesidad del razonamiento riguroso. Las habilidades geométricas que caracterizan este nivel son: (a) Utilizar información de otra figura para deducir más información; (b) Comprender las distinciones entre definiciones, postulados y teoremas; (c) Reconocer cómo y cuándo usar elementos auxiliares en una figura; (d) Deducir a partir de la información dada cómo dibujar una figura específica; (e) Utilizar las reglas de la lógica para desarrollar demostraciones; (f) Poder deducir consecuencias a partir de la información dada;

(g) Poder deducir propiedades de los objetos geométricos a partir de la información dada, y (h) Poder resolver problemas que establezcan relaciones entre objetos físicos y objetos geométricos.

Nivel 5 (Rigor): Se analizan y comparan las diferentes Geometrías procedentes de una variedad de sistemas axiomáticos. En relación a lo antes expuesto, Jaime, Chapa y Gutiérrez y (1991) resaltan que un análisis técnico de las características del quinto nivel, junto a los resultados de sus investigaciones, evidencian una inconsistencia de este nivel con los cuatro anteriores, pues el mismo es alcanzado sólo por matemáticos puros y estudiantes avanzados de las Facultades de Ciencias. Entre las habilidades geométricas que describen este nivel están: (a) Reconocer suposiciones injustificadas formuladas al usar figuras; (b) Concebir figuras relacionadas en varios sistemas deductivos; (c) Formular extensiones o generalizaciones de resultados conocidos; (d) Describir varios sistemas deductivos; (e) Comprender las capacidades y limitaciones de varios elementos de un dibujo; (f) Representar gráficamente conceptos no estándar en varios sistemas deductivos; (g) Comprender las capacidades y limitaciones de supuestos y postulados; (h) Saber cuando un sistema de postulados es independiente, consistente y categórico; (i) Usar modelos matemáticos para representar sistemas abstractos y (j) Desarrollar modelos matemáticos para describir los fenómenos físicos, sociales y naturales.

Cada nivel lleva asociado un lenguaje, un tipo de actividades y una forma de razonamiento particular que permiten alcanzar el nivel siguiente (Galindo, 1996). El progreso para la comprensión de los conceptos geométricos se produce desde el primer nivel y de manera ordenada, a través de los niveles siguientes; es decir, los estudiantes no pueden llegar a un nivel si no alcanzan primero a los niveles anteriores (Jaime y Gutiérrez, 1995).

En el modelo, los autores Van Hiele proponen cinco fases en secuencia cíclica para ayudar al progreso de un nivel de pensamiento al siguiente. Las fases propuestas por los autores:

(a) Fase 1 (Información): Al iniciar el estudio de un tema, el profesor informa sobre el campo de investigación a trabajar, los problemas a resolver e indaga los conocimientos previos y el nivel de razonamiento del grupo. (b) Fase 2 (Orientación dirigida): Los estudiantes exploran el campo de investigación mediante una serie de actividades dirigidas al descubrimiento y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales del área de estudio. (c) Fase 3 (Explicitación): Se basa en el diálogo entre los estudiantes con intervenciones del profesor cuando sea necesario, a fin de

conseguir que las experiencias adquiridas se unan a los símbolos lingüísticos precisos dentro de las características del nivel de razonamiento respectivo. (d) Fase 4 (Orientación libre): Los estudiantes aplican sus nuevos conocimientos a investigaciones posteriores sobre el tema de estudio. Para ello se asignan tareas que preferiblemente lleven a diferentes soluciones. (e) Fase 5 (Integración): El profesor resume el campo explorado, con la finalidad de lograr que los estudiantes integren en su red de conocimientos las habilidades de razonamiento adquiridas.

Definición de los grados de adquisición de un nivel de razonamiento

Jaime (1993), encuentra que los grados de adquisición de un nivel de razonamiento, se definen en términos cualitativos como un proceso de dominio cada vez mayor del nivel, que va desde el dominio nulo (al comienzo del proceso) hasta el completo (al final del proceso), con una serie de situaciones intermedias con características propias. A continuación se mencionan y describen los grados de adquisición propuestos por la autora:

(a) *Adquisición Nula*: No se emplean las características de este nivel de razonamiento.

(b) *Adquisición Baja*: Empieza la conciencia de las características, métodos y exigencias propios del nivel, pero es muy pobre la utilización que se hace de ellos. Es frecuente el abandono del trabajo en este nivel para recurrir al razonamiento del nivel anterior.

(c) *Adquisición intermedia*: El empleo de los métodos de este nivel es más frecuente y preciso. No obstante, todavía no se domina, por lo que ante situaciones que resultan complicadas, se produce un retroceso de nivel, con un intento posterior de retorno al nivel superior. Hay, por lo tanto, saltos frecuentes entre dos niveles consecutivos de razonamiento.

(d) *Adquisición Alta*: Es un nivel habitual de trabajo y se produce con muy poca frecuencia el retroceso de nivel, aunque sucede alguna vez. Asimismo, en ocasiones se hace un uso inadecuado de las herramientas propias de este nivel de razonamiento. (e) *Adquisición Completa*: Hay un dominio total de las herramientas y métodos de trabajo propios de este nivel de razonamiento.

En lo que respecta a la ubicación de un estudiante en un determinado nivel de razonamiento, Jaime (1993) propone algunos tipos de respuestas que son aplicables a ítemes de respuesta libre, tanto orales como escritos, pero no a ítemes de elección múltiple. Está clasificación

expuesta por la autora permite que sea la respuesta del estudiante y no el enunciado del ítem quien lo ubique en un determinado nivel.

ABORDAJE METODOLOGICO

La investigación es cualitativa, ya que se pretendió estudiar en profundidad el fenómeno educativo que se produce en los procesos de razonamiento geométrico durante la resolución de problemas con el uso del software Cabri Géomètre II, en 15 estudiantes del IV semestre que cursan la asignatura Geometría II en la Especialidad de Matemática, seleccionados sobre la base de criterios una vez aplicado el cuestionario inicial. Entre los criterios tomados en cuenta se tienen: (a) disposición de los estudiantes a ser investigados y a trabajar 24 horas extras de clases en el semestre y (b) Haber aprobado la materia Geometría I.

Se asume el diseño propuesto por Rodríguez, Gil y García (1999) los cuales plantean “que el proceso investigativo es continuo, con una serie de fases que no tienen un principio ni un final claramente limitados sino que se superponen y se mezclan unas con otras. Las fases propuestas por los autores son las siguientes:

Fase 1: Fase Preparatoria. En esta fase, se elabora el diseño de la investigación. Para ello se establecen los aspectos generales de la misma, es decir, por un lado los objetivos del estudio y por el otro, las cuestiones teóricas y metodológicas.

Fase 2: El Trabajo de Campo. En esta fase se realiza la recogida productiva de la información y de selección de los informantes clave.

Esta fase se desarrolla en tres momentos:

El primer momento consiste en seleccionar el escenario donde se desarrolla la investigación: la universidad local (UPEL-IPB), en un curso de Geometría II durante el lapso I- 2008 y los sujetos de estudio conformados por 15 estudiantes cursantes del IV semestre de Educación Matemática seleccionados sobre la base de criterios una vez aplicado un cuestionario inicial.

En el segundo se aplican primeramente dos cuestionarios al iniciar el semestre I- 2008, uno a los profesores que dictan la asignatura Geometría II, en donde consideran las causas de los bajos resultados obtenidos en los curso de Geometría I y II, así como la necesidad de la implementación

de una Unidad Didáctica mediante la incorporación del software Cabri Géomètre II como herramienta didáctica auxiliar que redunde en los procesos de razonamiento geométrico. El otro a los estudiantes que cursan Geometría I, con la finalidad de determinar, (a) la necesidad de estos de aprender Geometría a través de una herramienta auxiliar como los es el software Cabri Géomètre II, y (b) la percepción que tienen del software como una herramienta que ofrece ventajas para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría e influir en los procesos de razonamiento geométrico

Ello con el objeto de validar la Unidad Didáctica y determinar si existe o no la necesidad de elaborarla utilizando el Cabri Géomètre II como herramienta de apoyo a la conjetura y demostración en Geometría. Finalmente, se aplica un tercer cuestionario (cuestionario final) con el propósito de aproximarse al nivel de Van Hiele en el cual se ubica cada sujeto cuando conjetura y demuestra en Geometría.

Posteriormente la Unidad Didáctica es sometida a una evaluación formativa. Específicamente se realiza una validación tanto de contenido como de metodología instruccional. Para ello se seleccionan tres expertos en Diseño de Recursos Didácticos y/o en Geometría.

El tercer momento comienza con el desarrollo del curso de Geometría II y la implementación de la Unidad Didáctica. En esta fase realizamos la recogida productiva de la información. Las técnicas de recogida de información que se utilizan durante esta fase son el sistema de categorización propuesto por Rodríguez Gil y García (1999), así como el registro automático y el auto-protocolo, propuesto por Gutiérrez (2005).

Fase 3: Analítica. Se define el análisis de información como una interacción entre el investigador y la información, así como un conjunto de manipulaciones, transformaciones, operaciones, reflexiones, comprobaciones que se realizan con la información con el objeto de extraer significado en el proceso de generación de teoría (Rodríguez, Gil y García, 1999).

Por otro lado, Jaime (1993), propone el uso de una metodología propia para el análisis de los datos recogidos en el contexto del aprendizaje de la demostración con la asistencia de un software de Geometría, fundamentado en las características propias de cada etapa del proceso de dominio de cada uno de los Niveles de Van Hiele (Grados de Adquisición).

Para categorizar las demostraciones se toma en cuenta la clasificación propuesta por Jaime (1993) y se asumen las categorías extraídas por el investigador desde los propios informantes.

En relación a la conjetura y con el objeto de indicar si los estudiantes conjeturaron con el software, se procede a través de dos vías. La primera, examinar la construcción elaborada por cada uno de los estudiantes utilizando el “Registro automático” del software Cabri. La segunda, a través del autoprotoocolo, (notas tomadas por los propios estudiantes).

Por otro lado, y para determinar si el software facilita la conjetura y la demostración, se presentan una serie de tablas, donde se evidencia si el estudiante conjetura y demuestra en cada una de las sesiones.

Fase 4: Informativa. En esta fase se presentan los hallazgos y se redacta la teoría en base a las categorizaciones que se hayan obtenido en el proceso investigativo. En la investigación se asume la teoría que desarrolla el investigador como una serie de hipótesis o proposiciones tal como lo plantea Creswell (citado por Paz, 2003). El informe es analítico, descriptivo y fundamentado. En esta fase, el investigador revisa, si es el caso, nuevas teorías y elabora una propuesta contentiva de elementos didácticos que permitan aportar luces acerca de cómo puede un docente fomentar el razonamiento geométrico de los estudiantes en la resolución de problemas de conjetura y demostración con el uso del software Cabri Géomètre II.

Una vez explicitado el diseño de la investigación y las fases a desarrollarse en la misma, se presenta la Unidad Didáctica que se implementa en concordancia con la segunda meta que se plantea.

Al respecto, cabe destacar que García (1997) define por Unidad Didáctica como un conjunto integrado, organizado y secuencial de los elementos básicos que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje (motivación, relaciones con otros conocimientos, objetivos, contenidos, método y estrategias, actividades y evaluación) con sentido propio unitario y completo que permite a los estudiantes, tras su estudio, apreciar el resultado de su trabajo y el logro de los objetivos de aprendizaje.

En consonancia con lo señalado por el autor anteriormente referenciado , se diseña la unidad didáctica como estrategia a implementar para estudiar la incidencia del software Cabri Géomètre II en el razonamiento geométrico de los estudiantes en la resolución de problemas de conjetura y

demostración. La unidad consta de 6 sesiones de clase con una duración de cuatro (4) horas cada una.

En cada sesión, al iniciar el estudio de un tema, el profesor informa sobre el campo de investigación a trabajar, los problemas a resolver e indaga los conocimientos previos y el nivel de razonamiento del grupo. El profesor resuelve con los alumnos este primer problema con la finalidad de modelar las acciones seleccionadas de acuerdo a los objetivos de la sesión. Además, se establece el diálogo entre los estudiantes con intervenciones del profesor cada vez que es necesario, a fin de conseguir que las experiencias adquiridas se unan a los símbolos lingüísticos precisos dentro de las características del nivel de razonamiento respectivo.

Descripción de las sesiones de clase.

En la Sesión 1, se analiza la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la geometría desde los estudios realizados por el Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (Sinea, 1998, 1999) y el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE, 1997). En la Sesión 2, los estudiantes conocen las características del software Cabri Géomètre II, sus zonas de trabajo, barra de menús (utilizando las operaciones con archivos, edición, opciones,...) y la barra de herramientas, (en la que desplegaran los menús con los diferentes comandos para realizar las construcciones geométricas). La Sesión 3, está diseñada con la finalidad de aproximarse al nivel de razonamiento geométrico inicial de los alumnos sujetos a estudio. En la Sesión 4, los estudiantes resuelven problemas de cálculo de áreas en las cuales se utilizan relaciones y propiedades entre figuras planas (triángulos y cuadriláteros) y sus elementos. Durante la Sesión 5 los estudiantes aplican los teoremas de semejanza en la resolución de problemas. Finalmente en la Sesión 6, una vez finalizada la resolución de los problemas el profesor aplica el cuestionario final.

Análisis de la información

La metodología de recolección y análisis de la información se desarrolla en actividades acordes con el método inductivo, siguiendo lo propuesto por Rodríguez Gil y García (1999) y en concordancia con la metodología de análisis propuesta por Gutiérrez (2005). Para el análisis de los

problemas propuestos en las sesiones, se utiliza (a) el “Registro automático” (Revisar construcción), herramienta del software la cual permite determinar si el estudiante conjeturó y cómo lo hizo así como la reconstrucción de cada una de las figuras en Cabri y (b) el autoprocolo, entendido como las notas tomadas por el mismo estudiante a medida que va demostrando lo solicitado por el problema y en donde explicó el por qué de cada decisión. En lo sucesivo, se usan las iniciales Si-k para identificar la reconstrucción o el autoprocolo de la Sesión “i” construido o escrito según sea el caso, por el estudiante “k”.

Asimismo se procede a identificar los descriptores de los niveles de razonamiento del Modelo de Van Hiele en los autoprocolos de los problemas desarrollados por los estudiantes durante las sesiones, con el propósito de determinar el Grado de Adquisición de un nivel, mostrando si hubo un proceso de dominio cada vez mayor del nivel, Jaime (1993), y en consecuencia aproximándonos al razonamiento geométrico del estudiante. Se utiliza para ello la notación N_1, N_2, N_3 y N_4 , asimismo se utiliza la notación $N_iN_j, N_iN_jN_k, N_iN_jN_kN_l$ para señalar características comunes de dos o más niveles según sea el caso.

La presentación y organización de la información de manera sistemática y visual se hizo con el uso de las matrices, entendidas como tablas de una entrada en cuyas celdas se aloja información verbal, según los aspectos especificados por filas y columnas. En las filas se encuentran desde la Sesión 3 hasta la Sesión 6 de un estudiante mientras que en las columnas se tienen el grado de Adquisición de los Niveles de Van Hiele, Conjetura con software y Demostración. A continuación en la Tabla 1, se describe una matriz como ejemplo. En la misma se presenta el orden en que se evidencian las características propias de cada nivel de Van Hiele en los autoprocolos de los problemas resueltos por cada alumno.

En la tabla anterior se muestra el progreso del estudiante 1 durante cuatro sesiones de clase. En la segunda columna se observa una adquisición completa del nivel 1. En la tercera y cuarta columna se evidencia un ascenso en la adquisición de los niveles 2 y 3 respectivamente, presentando un dominio casi total de estos niveles. Por último en la quinta columna se aprecia un descenso en el dominio del nivel 4, mostrando el estudiante algunas características propias del nivel que nos hacen pensar que está iniciando la adquisición de este cuarto nivel.

Tabla 1
Sujeto 1

	GRADO DE ADQUISICIÓN				Conjetura	Demostración
	N1	N2	N3	N4		
S3-1	C	C	C	A	Conjetura	Correcta e incompleta
S4-1	C	A	A	B	Conjetura	Incorrecta y completa
S5-1	C	C	C	N	Conjetura	Correcta y completa
S6-1	C	C	C	I	Conjetura	Correcta y completa

N = Nula B = Baja I = Intermedia A = Alta C = Completa S3-1= Sesión número 3 del sujeto 1. Tabla propia, Laurito (2009).

El alumno 1 conjetura correctamente en los cuatro problemas propuestos en las sesiones. Dos demostraciones son desarrolladas de forma correcta y completa, una correcta e incompleta y una incorrecta e incompleta.

HALLAZGOS

El análisis de la información recabada en el proceso de investigación realizado con 15 estudiantes cursantes del IV semestre de la especialidad de Matemática, inscritos en la asignatura Geometría II en el lapso I- 2008 de la UPEL-IPB, ubican la información en aspectos concretos del hecho investigado, evidenciando hallazgos que se destacan a continuación.

En cuanto al nivel de razonamiento geométrico inicial de los estudiantes (primera sesión) se encuentra que:

(a) Los alumnos 4, 5, 6, 13 y 15 se ubican en el nivel 1; los alumnos 9, 12 y 14 se ubican en el nivel 2 y los estudiantes 1, 2, 3, 7, 8, 10, 11 se ubican en el nivel 3.

En cuanto al nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes durante la experiencia instruccional (sesiones 4 y 5) con el uso del software Cabri Géomètre II se tiene que:

(a) los alumnos 1 y 4 evidencian un dominio casi completo de los niveles 2 y 3.

(b) los alumnos 2 y 14 evidencian un dominio completo del nivel 2 y se encuentran en un proceso de adquisición del nivel 3.

(c) el alumno 3 muestra un desarrollo alto del nivel 2 y un dominio completo del nivel 3.

(d) el alumno 5 muestra un desarrollo alto del nivel 2 y evidencia indicios de estar iniciando la adquisición del nivel 3.

(e) el alumno 6 evidencia encontrarse en un proceso de adquisición tanto del nivel 2 como del nivel 3.

(f) los alumnos 7, 8 y 13 evidencian un dominio casi completo del nivel 2 y un dominio alto del nivel 3.

(g) los alumnos 9, 10 y 12 evidencian un dominio alto del nivel 2 y se encuentran en un proceso de adquisición del nivel 3.

(h) el alumno 11 muestra un dominio completo del nivel 2 y un dominio casi completo del nivel 3.

(i) el alumno 15 evidencia estar iniciándose en el nivel 2 y en un proceso de adquisición del nivel 3.

En cuanto a si los alumnos conjeturan o no y si demuestran o no con la asistencia del software:

(a) los alumnos 1, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 14 conjeturan con software correctamente en todas las sesiones de clase (sesiones 3, 4, 5 y 6).

(b) sólo los alumnos 3 y 4 conjeturan correctamente con lápiz y papel antes de hacerlo con el software (en la tercera sesión) y lo hacen correctamente en el resto de las sesiones con el software.

(c) los alumnos 2, 3, 9, 10, 12 y 15 no conjeturan sólo en una sesión de clase (5 o 6).

(d) sólo el alumno 11 demuestra de forma correcta y completa en todas las sesiones de clase.

(e) los alumnos 3, 7, 8 y 13 sólo demuestran de forma correcta en tres de las sesiones.

(f) los alumnos 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 14 sólo demuestran de forma completa y correcta en dos de las sesiones.

(g) sólo los alumnos 12 y 15 demuestran de forma correcta y completa en una de las sesiones de clase.

En cuanto al nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes al finalizar la experiencia instruccional se encuentra que:

(a) los alumnos 1, 2, 4, 5, 11, 12 y 14 se ubican en el mismo nivel de Van Hiele tanto en la tercera como en la sexta sesión.

(b) los alumnos 3, 7, 8, 9 y 10 muestran un nivel inferior en la sexta sesión en comparación con el nivel de Van Hiele en el cual se ubican en la tercera sesión.

(c) sólo los alumnos 6, 13 y 15 evidencian un Nivel de Van Hiele superior en la sexta sesión, respecto al nivel en el cual se ubicaron en la tercera sesión.

Otros hallazgos a considerar:

(a) en la resolución de los problemas propuestos de las sesiones 3, 4, 5 y 6 se muestra que todos los alumnos evidencian una adquisición completa del nivel 1, sólo los alumnos 2, 11 y 14 muestran una adquisición completa del nivel 2 y únicamente el alumno 3 presenta una adquisición completa del nivel 3.

(b) al menos en una sesión, los alumnos 5, 6, 7, 8, 13 y 15 conjeturan correctamente y demuestran incorrectamente.

(c) al menos en una sesión los alumnos 11, 12, 14 y 15 evidencian problemas con el lenguaje matemático. Conjeturan y demuestran correctamente, pero son incapaces de enunciarlo.

CONSIDERACIONES FINALES

El propósito de este estudio era estudiar el razonamiento geométrico de los estudiantes del IV semestre de la UPEL-IPB, en la resolución de problemas de conjetura y demostración, durante el desarrollo de un curso de Geometría con el software Cabri Géomètre II. Para ello nos aproximamos al nivel de razonamiento geométrico inicial de los alumnos sujetos a estudio con la finalidad de contrastarlos con el nivel de razonamiento geométrico de los mismos durante la experiencia instruccional con el uso del software. La contrastación de estos resultados permitió interpretar los procesos de razonamientos de los estudiantes al utilizar el software Cabri Géomètre II en la resolución de problemas de conjeturación y demostración.

La investigación confirmó lo que establece la teoría de Van Hiele, es posible transitar de un nivel de razonamiento geométrico al inmediato superior, una vez que se ha alcanzado el primero y de forma secuenciada, es decir, no es posible “saltarse” de un nivel a otro sin pasar por todas las etapas que requiere cada uno.

Asimismo se observó que, aclaradas las relaciones de dependencia entre los elementos de una construcción en Cabri, los sujetos de estudio no mostraron confusión al establecerlas en sus construcciones posteriores. Es decir que los estudiantes tienen una gran capacidad para aprender a utilizar la tecnología, en este caso las funciones básicas del programa Cabri.

Finalmente, el análisis de los datos obtenidos mostró que la introducción de la tecnología en la clase de matemáticas, junto con el desarrollo de una unidad didáctica para un curso de geometría mediante la incorporación del software Cabri Géomètre II, como herramienta didáctica auxiliar tal como fue empleado en esta investigación favorece el razonamiento geométrico de los estudiantes cuando resuelven problemas de conjetura y demostración.

REFERENCIAS

- Alsina, C., Fortuny, J. y Pérez R. (1997). *¿Por qué Geometría?. Propuesta Didácticas para la ESO*. Síntesis. Madrid. (citada por Aldo Mariño en El Geoplano Un Recurso Manipulable Para La Comprensión De La Geometría. Disponible: <http://biblo.una.edu.ve/una/anali/texto/aei2000n3-4p49-75.pdf>). [Consulta:2006 Octubre 25]
- CENAMEC (1999). *Experiencias Nacionales: REGEB* [Documento en línea] Disponible: <http://cenamec.org.ve/matemat/cabri/regeb.htm>. [Consulta: 2006, Diciembre 2].
- Colmenárez, D. (2001). Análisis de los procesos deductivos en Geometría. Caso: Docentes en formación en el área de matemática de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Barquisimeto. Trabajo de grado de Maestría no publicado, UCLA-UNEXPO-UPEL.
- Colmenárez, D. (2009). Errores, Dificultades y Obstáculos en el Aprendizaje de la Demostración Matemática. Tesis doctoral no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Barquisimeto.
- De Guzmán, M. (2005): *“Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura”*. [Documento en línea]. Disponible en: <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumathtm> [Consulta: 2007, Noviembre 22]
- De Villiers, M. (1996). Algunos desarrollos en enseñanza de la geometría. Software de Geometría Dinámica. [Documento en línea]. Disponible: <http://mysite.mweb.co.za/residents/profmd/futured.pdf> [Consulta: 2008, Julio 2].
- Flores, A. (1991). ¿Qué es la educación matemática?. *Educación Matemática*, Abril 1991, 67-76
- Galindo, C. (1996). Unidades Didácticas y Guías Didácticas. Orientaciones para su elaboración. Madrid.
- García, A. (1997). *Desarrollo de Habilidades Básicas para la comprensión de la Geometría*. [Documento en línea] Disponible: <http://ved.iniandes.edu.co/servid>

- or/[Consulta: 2007, Agosto 12].
- Guillén, G. (2000). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas. *Revista Enseñanza de las Ciencias* [Revista en línea]. Disponible:http://www.serbi.luz.edu.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1317-22552004001000004&lng=es&nrm=iso. [Consulta: 2008, Julio 7].
- Graterol, E. (2001). Incidencia de la administración de un curso de Geometría, que utiliza como herramienta instruccional el software educativo Cabri Géomètre II, en la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes de Educación Superior. Trabajo de grado de Maestría no publicado, UCLA-UNEXPO-UPEL.
- Gutiérrez, Ángel (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre el aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría dinámica. IX Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM, Septiembre, 2005)
- Huerta, P. (1999). Los niveles de Van Hiele y la taxonomía solo: un análisis comparado, una integración necesaria. *Revista Enseñanza de las Ciencias* [Revista en línea]. Disponible: http://www.serbi.luz.edu.ve/scielo.php?scrip=sci_arttext&pid=S1317-22552004001000004&lng=es&nrm=iso. [Consulta: 2007, Julio 7].
- Jaime, Chapa y Gutiérrez (1991). El modelo de razonamiento de Van Hiele. *Educación Matemática*, Vol. 3, N° 2, p. 43-49.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las Isometrías del Plano. La Evaluación de los Niveles de Razonamiento*. Trabajo de grado de Tesis Doctoral publicado. [Documento en línea]. Disponible:http://www.uv.es/Angel.Gutiérrez/archivos/textospdf/Jai9_3.pdf [Consulta: 2008, Marzo 3].
- Jaime y Gutiérrez (1995). *El grupo de Isometrías del plano*. Editorial síntesis. 1995.
- Jaime y Gutiérrez (1996) *Educación Matemática en Secundaria*. Barcelona: Editorial Síntesis.
- Laurito, Francisco (2009). *Razonamiento Geométrico en la resolución de problemas de conjeturación y demostración utilizando el software Cabri Geometre II. Estudio en UPEL-IPB curso de Geometría II Lapsos I-2008*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad de Carabobo.
- LLECE, (1998). *Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica*. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de Calidad en la Educación. Santiago de Chile [Documento en línea]. Disponible: http://www.rmm.cl/usuarios/crodr/doc/200701182301510.preguntas_primer_estudio_llece_matematica.pdf. [Consulta: 2007, Enero 29].
- Paz, María (2003). *Investigación cualitativa en educación: Fundamentos y tradiciones*. Mc Graw Hill: España.
- Pérez, J. (2001). *Análisis de los contenidos geométricos de los libros de texto de matemática de Educación Básica a la luz de los planteamientos teóricos del modelo de Van Hiele*. Trabajo

de grado de Maestría no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador Instituto Pedagógico de Barquisimeto.

Rodríguez, G.; Gil, J. y García E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Ediciones Aljibe: Málaga.

Rojas, A. (2001). *Evaluación de la enseñanza de la asignatura Geometría I utilizando el software Cabri Geometre II en el Caso de los estudiantes de matemática de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Barquisimeto*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, UCLA-UNEXPO-UPEL.

Saads, S.y Davis, G. (1998). *Spatial Abilities, Van Hiele Levels, and Language Use in Three Dimensional Geometry*. [Documento en Web]. Disponible: [http:// www. Soton.ac.uk/gary/PME-SILVIA.html](http://www.Soton.ac.uk/gary/PME-SILVIA.html). [Consulta: 2006, Diciembre 16].

Sinea (1998). (Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje Ministerio de Educación). Informe para el Docente 3er. Grado. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto (Ospp). Caracas: El Autor.

Sinea (1998). (Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje Ministerio de Educación). Informe para el Docente 6to. Grado. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto (Ospp). Caracas: El Autor.

Sinea (1999). (Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje Ministerio De Educación). Informe para el Docente 9no. Grado. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto (Ospp). Caracas: El Autor.