

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, AUTORRETRATO HEURÍSTICO Y PROTOCOLOS

Oswaldo Monagas
Universidad Nacional Abierta

Resumen

En este trabajo se exponen algunas reflexiones en torno al tema de resolución de problemas en matemática. En la primera parte se abordan cuestiones relativas a la definición de problema y de resolución de problemas y su presencia en la labor docente, específicamente en la evaluación. La segunda parte ofrece consideraciones sobre el Autorretrato Heurístico y los diferentes aspectos cognoscitivos, metacognoscitivos y afectivos presentes en la actividad de resolución de problemas. La tercera parte trata sobre los protocolos, como herramienta para el registro de esta actividad, proponiendo un procedimiento para la elaboración de protocolos que contribuya a minimizar el eventual efecto perturbador del registro y maximizar el progresivo autoconocimiento del resolvidor.

Abstract

Some reflections about resolving of problems in mathematics are shown in this paper. The first part is concerned with relative matters to the definition of problems and solving of problems and its presence into teaching work, specifically in evaluation. The second part offers regards referring to the heuristic self-image and different cognitive, metacognitive and emotional features presented in the resolving of problems activity. The third part is related with protocols, as a tool for the register of this activity, proponing a procedure for the elaboration of protocols which contributes to minimize the eventual disturbing effect of register and maximize the growing self-knowledge of the solver.

Palabras Clave: Resolución de Problemas, Autorretrato Heurístico, Protocolos, Estrategias Cognoscitivas, Estrategias Metacognoscitivas, Evaluación.

Resolución de Problemas

¿Qué es un problema?

Un problema es una realidad incompleta, una pregunta que demanda una respuesta, una pulsión, una incitación a salir de un estado de desequilibrio a otro de equilibrio.

Según Parra (1990), “Un problema plantea una solución que debe ser modelada para encontrar la respuesta a una pregunta que se deriva de la misma situación... Pero también, un problema debería permitir derivar preguntas nuevas, pistas nuevas, ideas nuevas” (pp. 22-23). Apunta la misma autora, sobre la relación entre un problema y el individuo que se plantea su resolución que:

Sin embargo, un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se lo plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera casi inmediata (p. 23).

Un problema, ante todo, es problema para alguien, no existen por si mismos, aunque el que existan cuestiones sin respuesta "conocida" en una comunidad amplia, pueda sugerir que tales cuestiones constituyan problemas "per se". Para abandonar rápidamente este terreno epistemológico, notemos una relación entre "problema" y "complejidad"

La noción de complejidad de un objeto se asocia con el número y variedad de sus partes, el tipo de relaciones entre ellas y la dificultad para entender o tratar con el objeto. Esta noción supone una interacción entre el objeto y un sujeto, para quien puede ser difícil entenderlo, lo cual indica que la complejidad de un objeto para un sujeto dado depende de la forma como éste interactúa con aquél. Usualmente esta interacción se basa en un número limitado (y muchas veces pequeño) de atributos del objeto, que el sujeto es capaz de distinguir y que son relevantes a sus intereses. Estos atributos no son disponibles al observador directamente sino más bien sus imágenes abstractas, resultado de la percepción o procedimientos específicos de medición.

Cuando establecemos un conjunto de atributos o variables y relaciones entre ellos en el objeto, decimos que tenemos un modelo o sistema del objeto. Nuestro trato cognoscitivo se da con el modelo del objeto y no con el objeto mismo (en su totalidad), por esto no es operacional ver la complejidad como una propiedad intrínseca de los objetos, coincidiendo con Ashby, citado por Klir y Folger (1988) en que "... aceptar la complejidad como algo que está en el ojo del observador es, en mi opinión, la única manera factible de medirla" (p. 194).

En esta situación, y traspasando la cuestión de existencia de problemas per se a la de situaciones "universalmente complejas", acepto como hipótesis de trabajo, el que el término "problema" tiene una connotación más calificativa (cualidad de un objeto) que denotativa (nombre del objeto) y depende, por tanto, del sujeto que califica al objeto.

En términos más terrestres y cercanos al estudio, enseñanza y aprendizaje de la matemática, un problema es una situación percibida como incompleta por una persona, que no identifica cómo completarla y que siente interés por hacerlo, ya sea que este interés se manifieste en una acción física o intelectual tendiente a la completación.

Esta situación puede ser entonces, una demanda explícita de respuesta a una interrogante (la mayor parte de los usualmente denominados "problemas" se expresan en esta forma), un mandato (demuestre la proposición de la fórmula integral de Cauchy), un razonamiento no comprendido (ejemplos sobran, en situación de aula y lectura de textos) y, en mi opinión el caso más frecuente, una idea difusa.

En cualquiera de los anteriores casos, el sujeto, percibiendo la falta de "algo", no atina a identificar ese algo, ¡ni cómo conseguirlo con seguridad!, esto es, "... no solamente no sé cuál es el factor integrante que me permite resolver la ecuación diferencial, sino que tampoco "veo" un camino a seguir que me lleve seguramente a hallar el mismo"; así, yo no tengo la solución de la ecuación $5x^2-3x-4=0$, al terminar de leerla, pero "conozco" un camino que me lleva a ella, por lo que aquí, "no tengo un problema".

El interés no necesariamente implica motivación, en el sentido de una "inclinación placentera hacia ...", aunque éste es tal vez el caso más deseable y menos frecuente; puede significar también, -y tal vez sea el caso más frecuente e indeseable- temor, obligación, obediencia, ¿costumbre?. En cualquier caso, el sujeto siente una pulsión a moverse cognoscitiva y emocionalmente de este estado de desequilibrio (falta algo,... como una pata de una mesa de

cuatro) a otro de equilibrio (o menos desequilibrio, me voy a la otra esquina de la mesa); puede intentar resolver el problema, puede abandonarlo (y ¡que se rompa la mesa!), en todo caso, podemos reflexionar sobre cuántas veces decimos “no me interesa”, callando una voz interna que dice “temo aceptar no poder”.

Me parece recordar un comentario, no sé de quién, acerca de una cierta característica que debe tener un problema para ser considerado como tal, algo así como “... que el sujeto entienda el planteamiento o pregunta...”, no me parece necesaria esta condición: si el sujeto no entiende el lenguaje en que se da el requerimiento:

¿Cüé äää çê æ Æô ¥Pf $\neg\frac{1}{2}$ ß_μ_, _ _ _ { _ ¶ _ }?

o si no asocia significados contextuales a los símbolos en conjunto:

Si en L_∞ aceptamos como valores de verdad a todos los reales en $[0,1]$ obtenemos otra lógica infinitamente valuada, la cual es a menudo llamada la lógica standard de Lukasiewicz L_1 , donde el subíndice 1 es una abreviatura de aleph 1, que comúnmente denota la cardinalidad de los reales o potencia del continuo

En todo caso, si tiene el interés, entonces tiene un problema (¿o tal vez dos?).

Esta consideración no obedece a un afán preciosista, admitiendo que los problemas que deben plantearse a un estudiante deben serlo en tal forma que la pregunta sea accesible a su universo de discurso, lo cual es un problema de didáctica, antes bien, viene muy a cuento porque para muchos estudiantes “... ¡esto es chino!”; como nota curiosa, citemos, del Diccionario de Venezolanismos de la U.C.V. (1983), una definición de topología, reseñada para explicar el significado de la expresión “eneas con rinquincalla”!

Topología. Hay una tercera geometría en la cual la cantidad esta suprimida por completo, y que es puramente cualitativa, el Analysis Situs. En esta disciplina, dos figuras son equivalentes, siempre que podemos pasar de una a otra por medio de una deformación continua, cualquiera que sea la ley de esta deformación, a condición de que se respete la continuidad... ¿Usted entendió algo?. Pues nosotros tampoco. Lo que viene después es eneas con rinquincalla... (p. 405).

¿Qué es "trabajar" un problema?

Consecuentemente con la idea de ver la resolución de problemas como intrínseca a la actividad matemática, y al carácter de autenticidad de la matemática involucrada en la resolución de problemas y en la educación matemática, se consideran algunas referencias sobre procesos, pasos o etapas relacionados ya sea con la resolución de problemas, o con la invención, descubrimiento o redescubrimiento en matemática.

Sobre la actividad de resolución de problemas, dice Parra (1990) que ésta,

... se refiere a la coordinación de experiencias previas, conocimiento e intuición, en un esfuerzo por encontrar una solución que no se conoce. A grandes rasgos puede decirse que al resolver un problema, el sujeto: formula el problema en sus propios términos; experimenta, observa, tantea; conjetura y valida (p.23).

Choquet, (citado por Mancera y Escareño, 1993), señala que los métodos del redescubrimiento en matemáticas son: el relajamiento de axiomas, el refuerzo de axiomas, el estudio de estructuras próximas y la creación de estructuras sometidas a exigencias previas.

Según Poincaré, (citado por González, 1995), la creación o invención matemática atraviesa varios momentos:

... una actividad consciente y prolongada, seguida de un período de descanso durante el cual resulta muy conveniente dedicarse a otra cosa, dejando que el inconsciente trabaje libremente; es durante este período cuando puede producirse una súbita iluminación de nuestro pensamiento (cuando se nos prende el bombillito) y, repentinamente, surge una idea que puede conducir a la solución; cuando esto ocurra se vuelve al esfuerzo consciente, tratando de verificar que la idea repentina efectivamente funciona (p.78).

Para Hadamard, (citado por González, 1995), las etapas de la invención matemática son:

(a) documentación (informarse, leer previamente, discutir); (b) preparación (jugar con los datos, tratar conscientemente varias vías, diversas hipótesis, dar marcha atrás, reiniciar el razonamiento con nuevas hipótesis; si no tenemos éxito es recomendable detenerse por algún momento y dedicarse a otra cosa, por ejemplo, tocar el violín como lo hacía Einstein); (c) incubación (dejar que trabaje el inconsciente); (d) iluminación (estar atento a la idea repentina, al eureka arquimedianos, al encendido del bombillito); (e) verificación (someter a análisis, comprobar, probar, verificar la idea repentina); (f) conclusión (formular resultados) (p. 78).

Polya, citado por González (1995, p. 12) afirma que para resolver un problema se necesita:

1. comprender el problema,
2. concebir un plan para resolverlo;
3. ejecutar el plan, y
4. examinar la solución obtenida

Entiendo "trabajar" no con la connotación de arduo, difícil, trabajoso -aunque con los problemas esta sea a menudo la más sentida- sino como una acción premeditada (aunque no esté clara) hacia la consecución de un fin (aunque tampoco esté claro); el trabajar un problema lo veo como un intento de restablecer el equilibrio intelectual y emocional, mediante la asimilación de la situación planteada al esquema conceptual de quien la enfrenta.

Este intento no es necesariamente consistente de una cadena de acciones secuencialmente ordenadas en espacio o tiempo, ni el equilibrio una situación estática como el péndulo que se detiene o la mesa firme en sus cuatro patas.

Al trabajar un problema manejamos esquemas, una selección que escogemos de nuestro repertorio, quedándonos usualmente con uno de ellos (aquel que sentimos que más nos acerca a la solución) o con más de uno, lo cual tiende a relacionar nuestros esquemas entre sí y formar esquemas más globales. Pero también manejamos otros esquemas, metaesquemas, esquemas sobre los esquemas, esquemas sobre nuestra forma de resolver problemas; en este mundo viven nuestros impulsos, sensaciones, corazonadas, el *feeling* del camino a seguir. Ese mundo difuso, de formas que escapan a la percepción directa, y que asocio al hemisferio derecho es realmente el corazón de mis otros esquemas y aquí, hablar de equilibrio, sencillamente, no tiene sentido.

Resolución de problemas y evaluación

El tema de la resolución de problemas en relación con la evaluación en educación matemática, ha sido tema de amplia reflexión por varios autores, Una opinión muy particular, que he encontrado suscrita también por otros autores como Vivenes (1993), es que la evaluación debe considerarse como otro momento de aprendizaje, estimando conveniente entonces, que el profesor encare la resolución de problemas no sólo como una estrategia de enseñanza que pondrá en práctica con sus alumnos, más como una actividad auténticamente matemática y didáctica, para su propia formación y desarrollo, tanto por la ganancia que puede obtener del conocerse a si mismo como resolvidor de problemas, como por la que puede derivar de establecer una comunicación efectiva, de dos vías, con sus estudiantes.

Contrasta esta concepción con la señalada por Parra (1990) como la más frecuente en la situación escolar:

El proceso de resolución descrito se traduce, para los problemas escolares, en un proceso de tres pasos, a saber:

1. entender el problema
2. desarrollar y llevar a cabo una estrategia
3. evaluar la solución

Dentro de este proceso, el desarrollo de una estrategia puede ser, a su vez, sujeto de otro proceso durante el cual la estrategia evoluciona, se afina y se formaliza. Es decir, si se concede un tiempo suficiente, es posible que la reflexión del sujeto derive hacia el proceso de resolución mismo, buscando simplificar o hacer más comprensible el camino de resolución (p. 23).

Aún no estando de acuerdo en que la concesión de un “tiempo suficiente” sea significativa para la reflexión apuntada, si concuerdo con que “Evidentemente este tipo de proceso sólo puede ocurrir cuando el problema es suficientemente interesante como para que el alumno se ‘apropie’ de él y lo considere casi como un hallazgo que debe ser comunicado”. (Parra, 1990, p. 24)

En este contexto, creo que el problema de los problemas en la evaluación, se resume en:

Una práctica frecuente que debe disminuir:

1. Elaborar problemas estereotipados que el profesor puede plantear y el alumno puede resolver por *matching* con los contenidos vistos en aula o texto.
2. Que los problemas no sean muy fáciles ni muy difíciles (a criterio y gusto del profesor, rara vez validados a posteriori y frecuentemente condicionados por propósitos inconfesables).
3. “Elaborar” problemas cuya resolución se trata algorítmicamente, tienen pocos o ningún punto de decisión y frecuentemente, respuesta única.
4. Elaborar preguntas de selección simple, o “verdadero-falso”, porque supuestamente pueden corregirse fácilmente.
5. Conseguir un libro para sacar problemas que los muchachos no conozcan.

Con menor frecuencia, y que ojalá aumenten:

6. Elaborar problemas que promuevan el aprendizaje, incitando la relación entre conceptos, la búsqueda de patrones de regularidad y la deducción.

7. Elaborar problemas en "lenguaje natural" y contextualizados.
8. Corregir tomando en cuenta la respuesta del estudiante y retroalimentándole, sobre todo respecto a los errores.
9. Crear bancos de problemas, sujetos a revisión y mantenimiento.

Casi inexistentes:

10. Motivar a los estudiantes a proponer problemas y autoevaluarse.
11. Concebir y plantear problemas y formas de evaluar menos ajustadas a esquemas preestablecidos y más cercanos a la experiencia del estudiante: investigación, laboratorio,...
12. Evaluar la evaluación.

En la perspectiva de mejorar la competencia de cada individuo como resolutor de problemas y la situación escolar, se reconoce la importancia de que el docente esté consciente de sus procesos cognoscitivos y metacognoscitivos puestos en juego en la actividad de resolución de problemas, así como de sus motivaciones y actitudes, tanto hacia la matemática, como hacia la educación y los educandos.

Aún reconociendo la importancia de esta visión holista, nos centraremos en lo que resta de este trabajo en la percepción que el sujeto tiene acerca de si mismo como resolutor de problemas.

El Autorretrato Heurístico

Se considera el autorretrato heurístico como una obra de arte personal, siempre en progreso y siempre inacabada; un conjunto de información elaborada por el sujeto sobre si mismo, contentiva de declaraciones de lo que él identifica como característico de su desempeño como resolutor de problemas.

Esta información se asocia con lo que Schoenfeld, citado por González (1995), toma como los componentes del proceso de resolución de problemas: "(a) dominio del conocimiento, (b) estrategias cognoscitivas (c) estrategias metacognoscitivas, (d) sistema de creencias y (e) actividades de aprendizaje" (p. 82).

Consideraremos aquí los siguientes aspectos: (a) afectivos, (b) cognoscitivos y (c) metacognoscitivos.

1. Aspectos afectivos

Incluimos aquí las creencias, motivaciones y actitudes hacia la matemática, la educación y la resolución de problemas. Son variadas las creencias usuales hacia la matemática, destacan las de "ciencia hecha" y "ciencia por hacer o en permanente construcción" a menudo asociadas a enfoques formalistas y constructivistas; otra, más relacionada a la capacidad de un individuo de copar con ella, la refiere como "disciplina sumamente abstracta y difícil, reservada a unos pocos"; sobre su utilidad, mientras algunas opiniones la sitúan "en la esencia de todas las cosas", otras la califican como "divertimiento intelectual de poca relación con el mundo real".

La motivación es también muy variada, involucrando sentimientos de frustración, fastidio, impotencia, desdén, rechazo, curiosidad, júbilo y éxtasis; diríase que toda la gama de emociones y

sentimientos humanos, a veces promovida por una personalización de la matemática en figuras como padres y maestros y por supuesto, condicionada por la historia personal, en la mayoría de los casos con más situaciones catalogadas de fracasos que de éxitos.

Las actitudes, oscilan igualmente entre la entrega y el rechazo, a veces con extremos enfermizos, tal vez las posturas más frecuentes sean las de “evitarla tanto como se pueda” y “pasar ese trago amargo”.

Aparece sumamente compleja la consideración de estos aspectos tan ligados al orden afectivo del individuo, sobre todo al considerar su estrecha relación e interacción, los puntos de vista de quien enseña y quien aprende, también influenciándose unos a otros y cómo cada uno considera estos aspectos, no sólo en relación con la matemática, sino también con respecto a la educación matemática y a la resolución de problemas.

Sin hacer juicios de valor sobre una u otra característica, enfatizamos en la conveniencia de que cada sujeto que pretenda elaborar su autorretrato heurístico, tome conciencia y en lo posible, registre por escrito cuáles son sus creencias, motivaciones y actitudes, estimando que éste es un invaluable marco de referencia de su autoimagen para los otros aspectos a tratar seguidamente.

2. Aspectos cognoscitivos

Se apunta aquí a la identificación de las estrategias cognoscitivas o procedimientos heurísticos, -no necesariamente exclusivos de la matemática- los cuales, según González (1995), son aquellos que nos permiten:

(a) explorar la situación problemática para comprenderla más cabalmente (elaborar una representación gráfica del problema); (b) utilizar eficientemente los conocimientos previos (reformular el problema, compararlo con un problema análogo cuya solución se conoce); (c) sacar provecho de los conocimientos generales que se poseen acerca de la resolución de problemas (relacionar datos, incógnitas y condiciones; simplificar el problema recurriendo a casos particulares; descomponer el problema en subproblemas) (d) mantener un control sobre el proceso como un todo (evaluar cada uno de los pasos dados hacia la solución; tomar decisiones de cambios de rumbo cuando el camino escogido parezca no estar conduciéndonos hacia la solución); (e) sacarle provecho a la participación en el proceso de resolución de problemas (transferir lo aprendido: qué otro tipo de problemas puedo resolver con el mismo método que apliqué para resolver el problema actual; a qué familia de problemas corresponde el que acabo de resolver, intentar diferentes vías para resolver un mismo problema; extrapolar la solución obtenida hacia otros ámbitos) (pp. 90-91).

Kantowski, citado por Alsina (1990, p. 50) señala la siguiente lista de procesos heurísticos:

1. Dibujar un diagrama (figura, esquema, tabla).
2. Examinar un caso especial.
3. Identificar lo que se busca y lo que se da.
4. Identificar información relevante e irrelevante (examinar toda la información dada).
5. Trabajar hacia adelante desde el principio con la información dada.
6. Trabajar hacia atrás desde la conclusión.
7. Buscar un patrón-encontrar una generalización.
8. Buscar un problema relacionado (énfasis en estructura similar).

9. Buscar un teorema, definición, operación o algoritmo que se aplique al problema.
10. Resolver parte del problema.
11. Verificar la solución.
12. Examinar si existe otra manera de encontrar la solución (soluciones alternas).
13. Examinar si se puede obtener otra solución (originalidad).
14. Estudiar el proceso de resolución.

Se intentará en este trabajo, a partir de estos antecedentes, ofrecer una lista de heurísticas organizadas comprensivamente como una guía a la elaboración de un registro de la actividad de resolución de problemas.

3. Aspectos metacognoscitivos

La metacognición se entiende según Flavell, (citado por Otero, 1990) como “el conocimiento que uno tiene sobre sus propios procesos y productos cognitivos o sobre cualquier cosa relacionada con ellos, es decir, la metacognición se refiere, entre otras cosas, al control activo y la regulación subsiguiente de estos procesos” (p. 18).

Por otra parte, para Woods (1985), la metacognición significa darse cuenta del proceso mental que se sigue cuando se resuelven problemas, lo cual se evidencia mediante la descripción verbal o escrita del proceso de resolución seguido.

La metacognición aparece entonces como un constante y deliberado monitoreo de nosotros mismos como resolutores de problemas, considerando los aspectos afectivos y cognoscitivos antes mencionados. En este trabajo no haremos mayor énfasis en estos aspectos, distinguiendo genéricamente la acción de discernir sobre el proceso, y la consideración de implicaciones educativas como indicativas de un proceso metacognoscitivo.

La descripción verbal o escrita a que alude Woods en la cita anterior, motiva la siguiente parte y tema central de este trabajo: los protocolos.

Protocolos

Asumiendo con González (1995, p. 94) que “al parecer es el propio sujeto quien nos puede aportar la mejor información acerca de su desempeño”, en la tarea de intentar acceder al conocimiento de los procesos cognoscitivos y metacognoscitivos (y yo agregaría, la parte afectiva,...) y la conveniencia del uso de reportes escritos y verbales sobre lo que el sujeto dice, hace y siente durante la resolución de problemas, se consideran diversas modalidades para registrar esta actividad. Estas se agrupan en dos categorías principales: individuales y grupales, y en cada caso el registro de la actividad puede llevarse en forma escrita o en grabación de audio o video, siendo un riesgo en las primeras la omisión en el registro de algunas acciones automáticas, lo cual lleva a considerar la modalidad del trabajo en parejas, versión reducida del trabajo en pequeños grupos.

En el trabajo en parejas, el resolutor trabaja con un compañero encargado de mantenerlo alerta, hacer que no se quede callado, y de asegurar, en la medida de lo posible, que quien resuelve el problema tenga conciencia de todo cuanto le está sucediendo mientras lo hace. En el trabajo en pequeños grupos se pone de manifiesto la posibilidad de generar más de un punto de vista ante un punto de decisión, introduciendo entonces la situación adicional de exposición,

defensa, evaluación y selección de opciones y actividades metacognoscitivas, que según Schoenfeld tienen aquí su más natural campo de desarrollo.

Las técnicas mencionadas requieren una atención al proceso cognoscitivo que implica el separarse de la actividad misma de resolución, llevando ambos procesos en paralelo y ambos registros, siendo que el registro del proceso cognoscitivo afecta el proceso de resolución, con posibles perturbaciones al mismo.

Se propone un procedimiento para la elaboración del protocolo, como registro de la resolución del problema y de las actividades cognoscitivas, que disminuya la eventual perturbación que la atención a los procesos cognoscitivos y metacognoscitivos, pueda causar en el proceso mismo de resolución de problemas, y contribuya al progresivo conocimiento de este proceso globalmente.

Protocolo no lineal

En la elaboración de protocolos por las técnicas antes mencionadas, el resolutor precisa dar atención a tres procesos paralelamente: el problema a ser resuelto, la actividad cognoscitiva y la actividad metacognoscitiva. Al mismo tiempo, debe registrar, usando símbolos verbales, visuales o algebraicos, la información relevante obtenida de la atención a esos tres procesos, este registro, a efectos de comunicabilidad, generalmente tenderá a hacerse en forma escrita, en forma de una secuencia lineal para su lectura.

Toda esta actividad requerida hace que el resolutor se enfrente a varios problemas, a un metaproblema, a la hora de elaborar el protocolo, siendo más presente esta característica cuanto menos entrenado se halle en resolver problemas, cuanto mayor sea la dificultad de los problemas que encara y cuanto menos esté consciente de sus procesos cognoscitivos y metacognoscitivos, influenciando entonces, tal vez significativamente, la atención y registro de estas actividades, dificultando su desempeño y obstaculizando la percepción del mismo, similarmente a la influencia de la luz en la partícula subatómica que queremos observar.

Por otra parte, mientras la versión “limpia” de la resolución de un problema, puede ordenarse linealmente en una secuencia de pasos concatenados, el proceso original, tendrá frecuentes retrocesos, tachaduras, notas al margen, escritos en hojas separadas auxiliares, más parecido a una enrevesada poligonal que a una línea recta; más aún, los procesos cognoscitivos y metacognoscitivos que le acompañan pueden parecerse más a una “tormenta de ideas” que a un discurso lineal ordenado. La denominación **protocolo no lineal**, obedece precisamente al intento de minimizar el efecto linealizante del registro sobre el proceso de resolución de problemas.

Finalmente, mientras el resolutor gana destreza en la atención y registro del proceso, se corre el riesgo de pérdida de información (por ejemplo, por olvido al dejarla para un registro diferido) o de vicio en la misma (por ejemplo, al describir procesos esencialmente iguales, con palabras que sugieran significados distintos).

Se estima, entonces, conveniente que el resolutor, al momento de elaborar un protocolo, cuente con una lista de aspectos de diversa índole, previamente definidos y organizados, a los cuales haga referencia al momento de presentarse de forma que minimice su distracción de la resolución del problema; un formato de registro fácilmente comunicable y un procedimiento de registro de la resolución y de las actividades cognoscitivas y metacognoscitivas flexible y adaptable a su particular forma de resolver problemas.

En este sentido, y a partir de la experiencia y reflexión del autor como resolvidor de problemas, así como de intercambio con otros, se propone un procedimiento para la elaboración de protocolos, el cual incluye tres partes:

1. Una lista de ítems que se harán eventualmente presentes durante el proceso, esta lista se desarrollará progresivamente con la experiencia del resolvidor, por inclusión o eliminación de ítems y por la reunión de varios en uno o discriminación de uno en varios. Los ítems atienden a identificar aspectos afectivos, metacognoscitivos y cognoscitivos, con una diferenciación gruesa de estos últimos entre los asociados a los hemisferios izquierdo y derecho, respectivamente.
2. El registro escrito de la resolución del problema, en el cual se identifican, diferenciándolas, etapas sucesivas de bloques de información, encerrándolas en un recuadro y asociándoles una numeración secuencial.
3. El formato de registro de ocurrencia de los ítems de la lista mencionada en el punto 1, el cual denominamos formato de registro de Protocolo No Lineal (PNL), consistente en una tabla donde aparecen los nombres de los ítems de la lista dispuestos en las filas, usando una o más columnas para registrar de cada problema, los ítems asociados a los bloques de información numerados en el registro de la resolución del problema.

El siguiente ejemplo ilustra estos tres componentes:

Lista de ítems (extracto)

- A1. Atracción.** Se presenta usualmente durante **lectura, reformulación o insight**, asociada con sentimientos lúdicos, de curiosidad, armonía o posibles relaciones ocultas.
- A7. Rechazo.** Contrario a la **atracción**, asociándose a menudo a fastidio, falta de interés, **sensación de falta de tiempo o herramienta**; eventualmente puede llevar a interrupción.
- B1. Lectura del Problema.** Obtener una visión “más limpia” del planteamiento: identificar datos e incógnitas, eliminar redundancias e irrelevancias y reorganizar la información. Esta lectura eventualmente lleva a **reescribir el problema o codificarlo simbólicamente**; en algunos casos la reescritura es casi automática, mientras se va leyendo, en otros, si está bastante limpio, es casi automática la codificación; finalmente, a veces el planteamiento puede sugerir la forma de resolución, a la que se puede pasar de una vez. Eventualmente no se registra en el formato PNL.
- B14. Reducir número de variables.** Dado un problema P, con n variables, derivar de este un problema Q con n-1 variables, tal que al resolver Q, se obtiene la instancia de la variable n-ésima a partir de las salidas de Q.
- C2. Reformular problema.** Escribir un problema equivalente con variables y/o relaciones distintas a las del original. **Reescribir** es parafrasear, **reformular** es modelar.

Registro escrito de la resolución

Problema P015

Demostrar que cualquier número compuesto por 3^n números iguales es divisible por 3^n

Resolución

- 1 x compuesto por 3^n números iguales es divisible por 3^n
- 2 $x \in \mathbb{N}$,
 $x = yyy\dots y$
 $\implies 3^n \mid x$

3 $x = y(111\dots 1)$. Si es cierta la hipótesis para y y cualquiera, debe serlo para $y=1$ y viceversa...

4 Inducción sobre n : $n=1: 3^n \mid 111$.
 $n=k: 3^n \mid 111\dots 1$ $n=k+1: 3^{n+1} \mid 111\dots 1$

5 Notación auxiliar:

$$1_H = 111\dots 1 = \sum_{i=0}^{H-1} 10^i$$

6 $1_{3^{k+1}} = 1_{3^k} 1_{3^k} 1_{3^k} = 1_{3^k} (1 + 10^{3^k} + 10^{3^k \cdot 2})$
 $1_{3^{k+1}} = 1_{3^k} \sum_{i=0}^2 10^{i \cdot 3^k}$

7 Previo: $H \in \mathbb{N} \implies 9 \mid 10^H - 1$

8 $3^{k+1} \mid 1_{3^{k+1}} = 1_{3^k} (1 + 1 + 1 + (10^{3^k} - 1) + (10^{2 \cdot 3^k} - 1))$

Registro de Protocolo no Lineal (PNL)

Problema	P015				fre
Registro Horario					
Ítems					
Atracción					
Rechazo					
Lectura de problema	1				1
Apelar info externa		7			1
Codificación simbólica	2	6			2

Particularizar	3				1
Reducir número variables	3				1
Solución parcial					
Solución total		8			1
Reformular problema	4				1
Notación adicional	5				1

Veamos en detalle cada una de estas partes:

El Registro de la Resolución: El resolvidor encierra en recuadros, bloques de la resolución, asociados con los ítems de la lista, cada bloque puede tener asociados varios números, correspondientes a diferentes ítems, pudiendo estos darse simultáneamente o sin una precedencia específica, por lo que la numeración secuencial en un mismo bloque sirve de identificación, no de indicación de secuencia temporal; a veces dos ítems pueden presentarse tan ligados que sea conveniente registrarlos con un mismo número de identificación. El registro de la identificación de los ítems puede darse en el momento o retrospectivamente.

La **lista de ítems**, ya descrita antes, puede constar en un documento de referencia, con ejemplos y explicaciones para cada uno, considerándose igualmente la conveniencia de incluirla en el formato de registro de protocolo

El **Registro de Protocolo** consiste de una tabla en la cual se ubican en la primera columna, los ítems a registrar, uno por cada fila, las columnas siguientes, se usan para anotar los números asociados a los bloques o recuadros indicados en la resolución, de acuerdo al ítem correspondiente; la última columna se destina a una totalización del número de veces que aparece cada ítem en el problema o problemas incluidos en la tabla.

Se incluyen dos filas para un registro horario, en las cuales puede indicarse el paso del tiempo durante la resolución del problema, en términos absolutos (la hora de comienzo de la primera acción en esa columna) o relativo (el lapso de tiempo de las acciones en esa columna).

Si bien para efectos de almacenamiento de la información puede ser conveniente, por razones de economía de espacio, eliminar del formato de registro las líneas no usadas para un determinado problema, el uso de un formato que incluya todos los ítems aun siendo incómodo por su tamaño, puede tener ventajas; por ejemplo, para efectuar el registro durante el proceso, por no tener que escribir la identificación de los ítems o para comparación de varios problemas con una visión “global”. Una opción a considerar es almacenar una versión reducida para cada problema, y una versión completa a efectos de comparación, aquí parece aconsejable disponer los registros de protocolo en una herramienta informática, como una hoja de cálculo, que entre otras ventajas tiene la de totalizar automáticamente la frecuencia de los ítems al añadir nuevos problemas, o mejor aún, diseñar una aplicación para manejar una base de datos con información de cantidad considerable de protocolos de varios resolvidores.

Referencias

Alsina, Y. (1990) La resolución de problemas matemáticos por estudiantes mexicano - norteamericanas. **Educación matemática**. 2(3), 47-54.

- Universidad Central de Venezuela (1983). **Diccionario de Venezolanismos**. Caracas: Academia Venezolana de la Lengua.
- González, F. (1995) **El Corazón de la Matemática**. Maracay. (Venezuela): Copiher.
- Klir, G. J. Y Folger, T. A. (1988) **Fuzzy sets, uncertainty and information**. New York: Prentice-Hall International Editions.
- Mancera, E. y Escareño, F. (1993) Problemas, maestros y la resolución de problemas. **Educación matemática**. 5(3), 78-92.
- Otero, J. (1990) Variables cognoscitivas y metacognoscitivas en la comprensión de textos científicos: el papel de los esquemas y el control de la propia comprensión. **Enseñanza de las Ciencias**. 8(9), 17-22
- Parra, B. M. (1990) Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas. **Educación matemática**. 2(3), 22-31.
- Vivenes, J. (1993) **Matemática. Aprendizaje y evaluación**. Mérida (Venezuela): Editorial Alfa.
- Woods, D. (1985) **El programa de Resolución de Problemas de la Universidad de McMaster**. Caracas: CENAMEC (mimeo)

El Autor

Oswaldo Monagas
Universidad Nacional Abierta
Maracay. Edo. Aragua
e-mail: fabiana@telcel.net.ve

Datos de la Edición Original Impresa

- Monagas, Oswaldo. (1998, Junio). *Resolución de problemas, autorretrato heurístico y protocolos*. Paradigma, Vol. XIX, N°1, Junio de 1998/17- 38