ANALISIS DE FACTORES Y DESARROLLO DE INSTRUMENTOS

Carlos Ruiz Bolívar, PhD
Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Instituto Pedagógico de Barquisimeto

Resumen

En este trabajo se examina la importancia del *análisis de factores*, como técnica estadística multivariable que permite estudiar la estructura latente de una matriz de correlaciones, al mismo tiempo que hace posible reducir su extensión a un conjunto más pequeño de variables significativas, capaces de explicar la distribución de la varianza común existente en los datos. Se presenta una síntesis del método haciendo énfasis en sus implicaciones teóricas, metodológicas y prácticas para los investigadores de las ciencias sociales, psicología y educación. Se destaca la aplicación del método en su aspecto confirmatorio, el cual es de gran utilidad en el campo de la teoría de medición, particularmente en lo que respecta al desarrollo de instrumentos (escala de estimación, pruebas de habilidades, aptitudes, conocimientos y otras). Se concluye que el análisis de factores es un método que ofrece ventajas comparativas, cuando se trata de verificar las características técnicas de un instrumento a fin de apoyar la toma de decisiones apropiadas para su mejoramiento.

Palabras claves: análisis factorial, validez de constructo, construcción de instrumentos.

Abstract

This paper focus on the importance of factor analysis, as a multivariate statistical technique that allow you to study the latent structure of a correlation matrix, making possible, at the same time, to reduce its extension to a smaller set of significant variables that will explain the common variance distribution presents in the data. A synthesis of the method is presented by emphasizing its theoretical, methodological and practical implications for researchers in the social sciences, psychology and education fields. There is underlined the confirmatory procedures of the method which is very useful in the field of measurement theory, specifically in the development of instrument process (estimation scale, ability test, aptitude test, achievement test and others). It is concluded that factor analysis is a method that offers comparative advantages when attempting to verify the technical characteristics of an instrument in order to make the appropriate decisions for improving it.

Key words: factor analysis, construct validity, instrument development.

Introducción

El conocimiento científico, en el contexto de la epistemología de la ciencia clásica, se entiende como el resultado de la reflexión crítica del científico en su intento por explicar los hechos o fenómenos de la realidad, asumida ésta como externa e independiente del sujeto cognoscente. Esta reflexión normalmente conduce a la teoría, la cual puede ser definida como: "un conjunto de constructos (conceptos) interrelacionados, definiciones y proposiciones que presentan un punto de vista sistemático de los fenómenos mediante la especificación de relaciones entre variables, con el propósito de explicar y predecir los fenómenos" (Kerlinger, 1988, p. 8). Pero la teoría debe ser comprobada mediante su confrontación con la realidad, en el proceso de investigación.

En dicho proceso, el investigador formula hipótesis y utiliza instrumentos que le permiten obtener datos para la comprobación de aquéllas.

El investigador dispone de una serie de recursos analítico-metodológicos con el propósito de validar sus resultados, uno de ellos es el análisis de factores (AF), el cual permite reducir la multiplicidad de pruebas y medidas a una mayor simplicidad, al mismo tiempo que ayuda al científico a localizar e identificar las unidades o propiedades básicas que fundamentan las pruebas y medidas (Kerlinger, 1988).

El AF puede ser entendido como un proceso formal de toma de decisiones con el propósito de explicar la estructura subyacente en una matriz de datos, al mismo tiempo que permite reducirla a dimensiones significativamente más pequeñas, lo cual facilita su interpretación. Tiene múltiples aplicaciones en las ciencias de la conducta; una de ellas se presenta en el campo de la teoría de medición, particularmente en lo que respecta al desarrollo de instrumentos (escala de estimación, pruebas de habilidades, aptitudes, conocimientos y otras). Esta aplicación es enfatizada en este trabajo, por su utilidad en el proceso de refinación técnica y teórica de los instrumentos de medición (análisis de item, validez, confiabilidad, elaboración de índices). En este sentido, el AF es particularmente útil como método de validación de constructo.

La utilización del AF como método analítico en el proceso de construcción de instrumentos ofrece ventajas comparativas en relación con otros métodos estadísticos que se utilizan convencionalmente para el mismo propósito. No obstante, el AF ha sido poco difundido, en la comunidad académica internacional, dada su complejidad matemática, lo cual hace que, por lo general, sea ofrecido como un curso de estadística avanzada en estudios doctorales.

Actualmente, con el uso del computador, los problemas de cálculo, para la utilización del método de AF se han simplificado al máximo, pudiendo ser más accesible a un mayor número de investigadores interesados. No obstante, es necesario familiarizarse con los aspectos teórico-conceptuales del método a objeto de sacar mayor provecho de sus posibilidades analíticas y heurísticas.

Este artículo tiene un propósito divulgativo, ya que intenta presentar de manera condensada los aspectos teóricos, metodológicos y prácticos más importantes del AF, a objeto de que pueda ser seguido con relativa facilidad por los interesados. En tal sentido, el trabajo ha sido organizado en cinco secciones, a saber: aspectos conceptuales y origen del AF, métodos de factorización, aplicaciones del AF, el proceso del AF y, AF y desarrollo de instrumentos de medición.

Aspectos Conceptuales y Origen del Análisis de Factores

El análisis de factores[1] (AF) es una técnica de análisis de datos, multivariable, que se caracteriza por su capacidad para simplificar o reducir una matriz de datos (matriz **X** o de sujetos por medidas) a dimensiones estructurales más pequeñas. Dada una matriz de datos, transformada en una matriz de intercorrelación (medidas por medidas), la técnica del AF nos permite apreciar hasta donde existe algún patrón subyacente de relaciones en los datos de tal manera que haga posible una reducción de las medidas a un conjunto más pequeño de factores o componentes que puedan ser tomados como las variables originarias o fuentes que explican las interrelaciones observadas en los datos.

El AF puede ser visto también como un método que permite descomponer la varianza implícita en la matriz de datos, en dos grandes componentes: varianza común y varianza única. La primera se forma con base en las combinaciones lineales de variables que están correlacionadas. El conjunto de la varianza común que una variable comparte con uno o más factores recibe el nombre de comunalidad (h^2) y se obtiene sumando los valores al cuadrado de los coeficientes de correlación variable-factores. La varianza única ($1 – h^2$) está conformada por la varianza que es específica de cada variable, más la varianza de error. El propósito del AF es extraer la varianza común e ignorar la varianza única.

En caso de que se desee mantener la varianza específica y dejar de lado sólo la varianza de error, el coeficiente de confiabilidad puede ser insertado en la diagonal de la matriz de correlación (matriz R) para ser analizada factorialmente. En este caso, la proporción de la varianza explicada por la matriz factorial estaría constituida por la varianza confiable (común más específica). En la investigación actual la varianza puede ser descompuesta en su parte que es común y la que es específica. Las intercorrelaciones de una batería de pruebas puede ser empleada en una ecuación para lograr los coeficientes de correlación múltiple que cuando se elevan al cuadrado expresan la proporción de la varianza total que es común. La diferencia entre las varianzas confiable y común es igual a la varianza específica del test.

En la concepción del AF está implícita la idea de que si se tiene un conjunto de variables correlacionadas entre sí, estas relaciones recíprocas podrían deberse a la presencia de una o más variables (factores subyacentes) relacionadas en grados diversos con aquéllas (Blalock, 1977). El propósito del AF es identificar estos factores o variables comunes, más generales que los datos mismos.

Un *factor* puede ser definido matemáticamente como cualquier combinación lineal de variables en la matriz de datos; por ejemplo, sea el factor A, integrado por las variables a, b, c... k y sus ponderaciones w_a, w_b,, w_c,... w_k, su expresión algebraica sería:

$$A = w_a a + w_b b + w_c c + ... + w_k k$$

Si la ponderación de la variable *a* fuera 0,70 ($w_a = 0,70$), la puntuación de cada sujeto en la medida *a* se multiplicaría por 0,70. Los pesos para cada variable pueden ser iguales o diferentes, con signos positivos o negativos indistintamente. Los diferentes métodos que se utilizan para derivar los factores se definen de acuerdo con la forma en que se utilizan los pesos[2] para obtener las combinaciones lineales. Es importante tomar en cuenta que cada factor está constituido por un conjunto de puntuaciones reales (observables); esto supone que cada sujeto tiene una puntuación en el factor; por ejemplo, al combinar todas las puntuaciones del sujeto 1 en las medidas de *a* hasta *k* se obtiene su puntuación para el factor A. Para todos los sujetos se utilizan los mismos pesos, pero como cada uno tiene diferentes puntuaciones en las distintas medidas, también obtendrá diferentes calificaciones en el factor (ver Nunnally, 1987).

Existen tres posibles interpretaciones, en la literatura, sobre los factores y su relación con las variables que lo integran, ellas son: (a) como *indicadores de efectos,* donde las variables observadas son consideradas como resultado de una variable subyacente latente (Bollen y Lennox, 1991); (b) como *componentes*, donde las variables son transformadas en otras variables por conveniencia; y (c) como indicadores causales, donde la variable latente es considerada como el resultado de las observables (Bollen y Lennox, 1991).

Los *indicadores de efectos* son combinaciones lineales en que las observables son los resultados (efectos, consecuencias) del factor. Es decir, las medidas observables, actúan como variables dependientes y el factor es una variable independiente. En este caso se asume que el factor está libre de error, pero no así las medidas. Nunnally y Bernstein (1995) ilustran esta situación de la siguiente manera "un sujeto que sale bien en una prueba que es una buena medida del factor fluidez verbal, lo logra como una consecuencia de tener fluidez verbal o debido a la suerte; salir bien en la prueba no causa que el individuo se vuelva verbalmente fluido. Además, el factor es más amplio en significado que cualquiera de sus observables falibles, ya que no es definido por completo por ellos, individualmente o en combinación" (p. 505). La mayoría de los estudios que se realizan en psicología y educación tienen este enfoque.

Los *componentes*, como ya se ha mencionado son combinaciones lineales de observables y por consiguiente observables por derecho propio. Suponga, por ejemplo, que las variables X_1 y X_2 son dos medidas, que representan el pretest y el postest respectivamente en una investigación; dos posibles componentes explicativos del desempeño global y del aprendizaje podría estar formado por $X_3 = X_1 + X_2$, y por $X_4 = X_1 - X_2$. Existen muchas otras posibilidades y no necesitan ser iguales al número de variables. Como se puede suponer, la transformación se hace de, alguna manera, por conveniencia.

Los *indicadores causales* son combinaciones lineales en las que el factor depende de las medidas (observables). En este caso, el factor hace las veces de la variable dependiente o criterio, en el sentido del análisis de regresión múltiple, mientras que las medidas actúan como variables independientes; por ejemplo, si las variables habilidad numérica y habilidad verbal integran el factor denominado aptitud académica, es de esperarse que los estudiantes que tengan una aptitud académica alta es porque su habilidad verbal y numérica es muy buena; no quiere decir esto que el hecho de tener una aptitud académica alta los convierta en habilidosos verbales y numéricos. El error, en consecuencia, está presente tanto en el factor como en las medidas (ver Bollen y Lennox, 1991 y Nunnally y Bernstein, 1995).

Origen del Análisis de Factores. Spearman (1904) ha sido considerado como el creador del AF. Él desarrolló este método con el propósito de probar su teoría de la inteligencia, en la cual sostenía que en todas las habilidades mentales subyacía un factor general que denominó *g* . Consideró que este factor era un tipo de norma mental de inteligencia y que esta sola norma era necesaria para explicar el área común existente entre todas las formas de diferencias individuales, en cuanto a las habilidades. En otras palabras, la teoría de Spearman suponía que cada fuente de diferencias individuales (pruebas) posee un factor único, pero como por definición, los factores únicos de diferentes pruebas no están correlacionados, todas las correlaciones entre las pruebas deben explicarse mediante un factor general. La teoría a veces se denomina teoría de los dos factores de Spearman, ya que supone que cada prueba quede explicarse mediante un factor general y un factor único.

Apoyado en la idea de Spearman, Holzinger (1941) desarrolló la solución bifactorial, la cual presupone que la varianza común entre las variables puede explicarse mediante dos tipos de factores comunes: un factor general y factores grupales. El método no establece previamente cuántos factores grupales, además del factor general, se requieren –el número de factores se determina por las correlaciones.

El análisis de factores como lo conocemos hay día, fue introducido por Thurstone (1931) para una audiencia muy selecta de especialistas en el campo de la teoría de medición, la matemática y la estadística. Destacan, entre ellos, por su contribución al desarrollo del este método analítico autores tales como: Hotelling (1936); Holzinger y Harman (1941); Thurstone (1947); Cattell (1952); Fruchter (1954), Burt (1966); y Harman (1967).

Durante mucho tiempo el uso de este método estuvo restringido a los especialistas en álgebra lineal, particularmente en lo que se refiere a las operaciones con matrices (multiplicación e inversión de matrices), cuyo cálculo solía ser bastante laborioso mediante la utilización de una calculadora de mesa. Hoy día con el advenimiento del computador, los investigadores no necesitan ocuparse de estos cálculos complejos, sino más bien del uso de las posibilidades que les ofrece el método en sus diferentes aplicaciones. Sin embargo, en este caso, como en muchos otros en los que se utiliza el computador como herramienta de análisis de datos es necesario tener claro los tipos de análisis que se requieren y su justificación.

El usuario del computador, cuando trabaja con AF, debe saber que pedirle a la máquina que haga; por ejemplo, qué tipo de matrices de correlación calcular, qué método de factorización utilizar (método clásico, componentes principales, centroide, de raíz cuadrada), qué factores extraer (rotados / no-rotados), qué método de rotación utilizar (varimax, cuartimax, promax), cuántos factores rotar, qué pasa si se rotan muchos o pocos factores.

Métodos de Factorización

La literatura recoge varios métodos de factorización, o de condensación, siendo algunos de los más conocidos los siguientes: el método clásico, el análisis de componentes principales, de método centroide, y otros. En este trabajo, sólo se considerarán los dos primeros.

El Método Clásico

El método clásico de análisis de factores, se basa fundamentalmente en la creencia de que las correlaciones observadas en la matriz son principalmente el resultado de alguna regularidad subyacente en los datos. Más específicamente, se asume que la variable observada está influenciada por varias determinantes, algunas de las cuales son compartidas por otras variables en el conjunto; mientras que otras no son compartidas por ninguna otra variable. La parte de la variable que es influenciada por la determinante compartida es llamada usualmente *varianza común*; mientras que la parte que es influenciada por una determinante idiosincrática es llamada usualmente *varianza única*. Bajo este supuesto, la varianza única no contribuye a la relación entre las variables.

Del anterior supuesto se deriva también la noción de que las asociaciones observadas deben ser el resultado de las variables correlacionadas que comparten alguna de las determinantes comunes. Implícitamente se considera que las determinantes comunes no sólo explicarán toda las relaciones observadas en los datos, sino que además serán más pequeñas en número que las variables. El modelo del análisis de factores clásico puede ser expresado como sigue:

$$z_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + ... + a_{jm}F_m + d_jU_j \qquad j = 1, 2, ..., n$$

Donde:

z_j = j-ésima variable estandarizada

F_i = i-ésimo factor hipotético

U_j = factor único para la j-ésima variable

A_{ji} = coeficiente de regresión múltiple estandarizado de la j-ésima variable en el i-ésimo factor

El Método de Componentes Principales

El análisis de componentes principales es un método de transformación directa de un conjunto dado de variables dentro de un nuevo conjunto de variables compuestas o componentes principales, los cuales son ortogonales entre sí. No se requiere asumir ningún supuesto acerca de la estructura subyacente en los datos. El investigador debería interesarse sólo por determinar cuál es la mejor combinación lineal de las variables; mejor en el sentido de que una combinación lineal particular de variables sea capaz de extraer la mayor cantidad de varianza en los datos, como un todo, en comparación con cualquier otra combinación lineal de variables.

De acuerdo con lo anterior, el primer componente puede ser visto como el mejor resumen simple de combinación lineal exhibido en los datos. El segundo componente es definido, como la segunda mejor combinación lineal de las variables, bajo la condición de que el segundo componente sea ortogonal con respecto al primero. En consecuencia, el segundo componente debe explicar una proporción de varianza distinta a la explicada por el primer componente. Así, el segundo componente puede ser definido como la combinación lineal de variables que explica la mayor cantidad de varianza residual después que el efecto del primer componente es removido de los datos. Los componentes subsiguientes son definidos de manera análoga hasta que toda la varianza es extraída de los datos. A menos que, como mínimo, una variable esté perfectamente determinada por el resto de las variables de la matriz de datos, la solución de componentes principales requiere tanto componentes como variables hay en los datos. El modelo estructural del análisis de componentes principales puede ser expresado como sigue:

$$z_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + ... + a_{jn}F_n$$

Donde cada una de las **n** variables observadas es descrita linealmente en términos de **n** nuevos componentes no-correlacionadas: $F_1, F_2, ..., F_n$.

En vista de que cada componente es definido como el mejor resumen lineal de varianza dejada en los datos después que los componentes previos han actuado, el primer componente **m** puede explicar la mayor parte de la variación en los datos. Por un propósito práctico, el investigador retiene solamente los primeros componentes para posterior rotación.

Tipos de Factores

Los factores reciben diferentes denominaciones de acuerdo con la manera como se organizan los coeficientes de correlación variable-factor (carga factorial) en la solución factorial final; así tenemos los siguientes tipos de factores:

- *Factor general*, cuando todas las medidas cargan en un solo factor, es decir, todas las medidas son salientes, en el sentido que las correlaciones variable-factor es igual o mayor que 0,50.
- F*actor de grupo*, es aquel en que sólo algunas variables son salientes, pero no todas.
- *Factor común*, es aquel que está integrado por variables que miden el mismo rasgo o dimensión, como ocurre en el caso del factor general y el factor de grupo.
- *Factor unipolar*, en donde todos los coeficientes tienen el mismo signo en el factor.
- *Factor bipolar*, cuando existen salientes con signos positivos y negativos en el mismo factor
- *Factor singular*, es aquel que está definido por una sola saliente.
- *Factor nulo*, cuando el mismo no tiene salientes.

A continuación se presenta un ejemplo en el que se ilustra cada uno de los tipos de factores antes descritos:

Variables	Factor I (general, unipolar)	Factor II (grupo)	Factor III (singular)	Factor IV (bipolar)	Factor V (nulo)
X_1	0,754	0,100	-0,120	0,746	-0,006
X_2	0,723	0,070	0,009	0,544	-0,120
X_3	0,666	-0,050	0,207	0,657	0,009
X_4	0,543	-0,001	0,110	0,543	0,207
X_5	0,678	-0,120	0,100	0,678	0,110
X_6	0,877	0,009	0,070	0,877	0,100
X_7	0,746	0,207	-0,050	-0,754	0,070
X_8	0,544	0,110	-0,001	-0,723	-0,050
X_9	0,657	0,788	-0,120	-0,666	-0,001
X_{10}	0,557	0,878	0,009	-0,405	-0,120
X_{11}	0,559	0,757	0,207	-0,508	0,009
X_{12}	0,505	0,755	0,789	-0,500	0,207

Aplicaciones del Análisis de Factores

La técnica del AF tiene múltiples aplicaciones en el quehacer científico, sin embargo, las más comunes son las siguientes: (a) como *técnica exploratoria*, con el propósito de examinar la estructura subyacente de un conjunto de datos, a fin de descubrir nuevos conceptos y una posible reducción de los datos; (b) como *técnica confirmatoria*, mediante la cual intentamos comprobar las hipótesis previamente asumidas acerca de la estructura subyacente en la matriz de datos, en términos del número de factores relevantes y cargas factoriales contenidas en la misma; este es el caso cuando utilizamos la técnica del AF como herramienta para determinar la validez de constructo de un instrumento de medición; y (c) como *técnica de medición*, cuando utilizamos los coeficientes de las cargas factoriales como ponderaciones de las variables de la matriz de datos a los fines de la construcción de índices que serán utilizados en análisis posteriores de una investigación.

El Análisis de Factores como una Técnica Exploratoria

Suponga que un docente-investigador dispone de una base de datos histórica en la que se incluyen las mediciones de un conjunto de variables de una muestra de estudiantes universitarios, las cuales son: comprensión de lectura, vocabulario, fluidez verbal, manejo de número, razonamiento matemático, velocidad de computo. El docente en referencia ha observado que los estudiantes que puntúan altos en estas medidas tienden a mantener un índice académico igual o superior al promedio de la muestra y desea explorar dicha base de datos con el propósito de determinar hasta donde estas variables son ortogonales o comparten alguna varianza común que hace posible comprender su efecto en el rendimiento académico; es decir, se trata de identificar la estructura subyacente de la base de datos. Probablemente, de acuerdo con la literatura psicológica, el docente investigador va a identificar dos factores en los datos; uno verbal, formado por las tres primeras variables y otro numérico, integrado por las tres variables restantes.

El Análisis de Factores como una Técnica Confirmatoria

Suponga que un investigador está desarrollando un instrumento para medir un constructo X, el cual hipotéticamente se expresa mediante los observables A, B y C. El instrumento ha sido diseñado de tal manera que los ítemes del mismo permiten operacionalizar dichos observables y se desea establecer la validez de constructo de dicho instrumento. En tal sentido, el investigador selecciona la muestra apropiada, administra el instrumento y analiza los datos con la técnica del AF. Algunas de las opciones de posibles resultados serían: (a) el AF indica que efectivamente existen tres factores bien definidos (A, B, C) tal como había sido hipotetizado por el investigador, en cuyo caso se comprobaría su hipótesis; (b) el AF indica que el instrumento está conformado por más factores de lo hipotetizado; (c) el AF señala que la estructura del instrumento contiene menos factores de los que originalmente se habían propuesto; o (d) el AF indica que los ítemes no comparten ninguna varianza común, es decir, no están midiendo el mismo constructo. En cualquiera de los tres últimos casos la hipótesis propuesta sería disconfirmada.

El Análisis de Factores como Medición

Asuma que un investigador desea desarrollar un índice que le permita medir el constructo estrato socioeconómico (ESE) de una población determinada; al revisar la literatura especializada se encuentra que el constructo en referencia se expresa mediante los observables siguientes: educación del jefe de familia, ocupación del jefe de familia, nivel de ingresos de la familia y tipo de vivienda. El investigador elabora un cuestionario y lo administra en una muestra representativa de la población; los datos son analizados factorialmente y se obtiene el resultado siguiente:

Variables	Factor I
Educación (X_1)	0,756
Ocupación (X_2)	0,622
Ingresos (X_3)	0,825
Vivienda (X_4)	0,589

Los coeficientes obtenidos en las correlaciones de las variables con el factor pueden ser utilizados como los pesos relativos que cada variable tiene en la conformación del índice. Estos pesos hacen la misma función que los valores beta en el modelo de regresión múltiple. En consecuencia, cada coeficiente debe ser multiplicado por el valor obtenido por los sujetos en cada una de las variables, lo que permite obtener la expresión algebraica siguiente:

$$ESE = 0{,}756X_1 + 0{,}622X_2 + 0{,}825X_3 + 0{,}589X_4$$

El Proceso del Análisis de Factores

En el proceso del AF se pueden distinguir cuatro fases fundamentales, a saber: crear la matriz de datos, calcular la matriz de correlación, extraer los factores iniciales (no-rotados) y la rotar los factores iniciales hasta llegar a la solución final.

La Matriz de Datos

La matriz de datos es una tabla de doble entrada formada por columnas y filas. En las primeras se ubican las *medidas*; mientras que en la segunda se identifican los *sujetos*, cuyos atributos han sido medidos. En las celdas que se forman al cruzarse las columnas con los sujetos están ubicadas las puntuaciones; así, por ejemplo, la celda $\boldsymbol{a_1}$ representa la puntuación del sujeto **1** en la medida o variable **a**, en el ejemplo de la matriz de datos que aparece a continuación:

Ejemplo de una matriz de datos

Medidas

		a	b	c	. . .	k
S	1	a_1	b_1	c_1	. . .	k_1
u	2	a_2	b_2	c_2	. . .	k_2
j	3	a_3	b_3	c_3	. . .	k_3
e	4	a_4	b_4	c_4	. . .	k_4
t	5	a_5	b_5	c_5	. . .	k_5
o	6	a_6	b_6	c_6	. . .	k_6
s	7	a_7	b_7	c_7	. . .	k_7
	.	.	.	.	. . .	.
	.	.	.	.	. . .	.
	.	.	.	.	. . .	.
	N	a_N	b_N	c_N	. . .	k_N

El término medidas se refiere a cualquier conjunto de atributos que puedan cuantificarse y ser registrados mediante la utilización de tests psicológicos, escalas, pruebas de rendimiento académico, variables fisiológicas, entre otras. Por su parte, el término sujetos se refiere a cualquier clase de objetos de los cuales se obtienen medidas. Es necesario que haya, al menos una puntuación para cada sujeto en cada medida y se requiere que la matriz sea más larga que ancha; es decir debe contener más sujetos que medidas; en caso contrario, el AF operaría al azar.

La Matriz de Correlaciones

Como ya se ha mencionado, después de seleccionar la base de datos, la fase siguiente en el AF es calcular la matriz de asociación entre las variables relevantes del conjunto de datos. Dicha matriz puede estar conformada de dos maneras: a partir de la relación entre las variables (o atributos), que es la más común y se conoce con el nombre de matriz tipo-R; o de la asociación entre los sujetos (u objetos), en cuyo caso recibe el nombre de matriz tipo-Q.

Ejemplo de una Matriz de Correlaciones

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1	**1.00**	0,75	0,83	0,32	0,28	0,36
X_2	0,75	**1.00**	0,70	0,25	0,31	0,32
X_3	0,83	0,70	**1.00**	0,39	0,25	0,33
X_4	0,32	0,25	0,39	**1.00**	0,79	0,82
X_5	0,28	0,31	0,25	0,79	**1.00**	0,76
X_6	0,36	0,32	0,33	0,82	0,76	**1.00**

Como se puede observar, la matriz tiene dos parte iguales separadas por una diagonal cuyos valores son igual a uno. Asimismo, se puede apreciar que las variables X_1, X_2 y X_3 forman un primer grupo de correlaciones salientes que probablemente darán origen a un factor; mientras que las variables X_4, X_5 y X_6, forman un segundo grupo de intercorrelaciones que pareciera integrarían un segundo factor. Obsérvese, también, que todos los signos de los coeficientes son positivos y que sus magnitudes varían.

La Extracción de los Factores Iniciales

En esta fase se trata de explorar la posibilidad de reducir los datos mediante la construcción de un conjunto de nuevas variables sobre la base de la intercorrelaciones exhibidas en los datos. En tal sentido, las nuevas variables pueden ser definidas como una transformación matemática exacta de los datos originales o pueden ser vistas como inferencias sobre la estructura hipotética asumida en la estructura de los datos y su fuente de variación. El primer caso, en que los factores son previamente definidos, recibe el nombre de Análisis de Componentes Principales (ACP); mientras que el segundo, en donde los factores son inferidos, se denomina Análisis de Factores Clásicos (AFC). No obstante, que los factores iniciales sean definidos o inferidos, generalmente son extraídos de tal manera que un factor es independiente de los otros; es decir los factores son ortogonales.

Ejemplo de una Matriz Factorial No Rotada

	Factor I	**Factor II**	**h^2**
X_1	0,77	0,54	0,88
X_2	0,72	0,52	0,79
X_3	0,76	0,52	0,85
X_4	0,79	-0,51	0,88
X_5	0,74	-0,54	0,84
X_6	0,79	-0,48	0,85
% de Varianza	0,58	0,27	0,85

La matriz factorial (no rotada) anterior ha sido calculada a partir de la matriz de correlación presentada en la sección anterior. Los coeficientes de los factores I y II pueden ser considerados ya sea como elementos del patrón (pesos de regresión) o como elementos estructurales (correlaciones), denominadas frecuentes como cargas factoriales. Obsérvese que el factor I es de tipo general, mientras que el II es bipolar. La variable X_1 puede ser estimada como 0,77 veces el factor I más 0,54 veces el factor II. La variable X_1 también se correlaciona 0,77 y 0,54 con los factores I y II. La columna de la extrema derecha representa la comunalidad de las variables, que se obtiene (en una solución ortogonal) sumando los cuadrados de los elementos estructurales (o patrón), por ejemplo, en el caso de la variable X_1, h^2 = 0,88 ($0{,}77^2 + 0{,}54^2$). Este valor de la comunalidad puede ser interpretado como la proporción de varianza común que una determinada variable explica en los factores con los cuales está correlacionada. Asimismo, la h^2 puede ser vista como la correlación múltiple cuadrada (R^2) al predecir la variable a partir de los factores.

Las primeras dos columnas en la última fila contiene información sobre la varianza factorial o la cantidad de varianza explicada para cada factor; éstas se obtienen al promediar los elementos estructurales (o patrón) sobre el número de variables.

Rotación de Factores hasta la Solución Final

No existe una manera única de llegar a una solución factorial final, entre otras razones, porque la configuración de la estructura de los factores depende del tipo de rotación realizada la cual, a su vez, está asociada a diferentes procedimientos estadísticos, sin que se violen los supuestos matemáticos básicos de la técnica del AF. Además, no todas las soluciones de factores estadísticos son igualmente significativos desde el punto de vista teórico. Algunos procedimientos son más laboriosos e informativos que otros y cada uno dice algo un poco diferente acerca de la estructura de los datos. De allí que el investigador tenga que escoger el mejor método de rotación para alcanzar la solución final que puede satisfacer las necesidades teóricas y prácticas del problema de investigación.

Por lo general, el investigador debe optar entre un método de rotación ortogonal (factores no-correlacionados) o un método de rotación oblicuo (factores correlacionados). El criterio básico para decidir cual de los dos utilizar, en un momento dado, es el mismo: cómo reducir los datos a dimensiones estructurales más pequeñas que tengan el mayor significado teórico. Por lo general, los factores ortogonales son matemáticamente más simples de manejar; mientras que los factores oblicuos son más realistas. Sin embargo, no se podría decir, que un método ofrezca algún tipo de ventaja sobre el otro; por lo tanto, la decisión de utilizar uno u otro depende de las necesidades particulares de un problema dado de investigación.

Ejemplo de una Matriz Factorial Rotada por el Método Varimax

	Factor I	Factor II	h^2
X_1	0,93	0,16	0,89
X_2	0,78	0,16	0,63
X_3	0,86	0,18	0,77
X_4	0,20	0,90	0,85
X_5	0,16	0,84	0,73
X_6	0,23	0,86	0,79
% de Varianza	0,39	0,39	0,78

Como se puede apreciar en la matriz factorial anterior (rotación varimax), las cargas factoriales en cada factor han quedado perfectamente definidas por sus salientes respectivos. Esta matriz presenta una estructura simple, cuya interpretación se hace más sencilla en comparación con la matriz no-rotada.

Métodos de rotación. Algunos de métodos analíticos de rotación más conocidos son: Varimax, Cuartimax y Promax. El *método Varimax* fue desarrollado por (Kaiser, 1958; Gorsuch, 1966) para eliminar los factores generales, ya que su interés está en capturar muy bien el significado de la estructura simple dentro de un marco de referencia ortogonal; opera sobre las columnas de la matriz, para lo cual normaliza previamente las variables. El *método Cuartimax* fue desarrollado por Neuhaus y Wrigley (1954); es ortogonal, opera sobre las filas o hileras de la matriz de datos y su interés primordial está en identificar un factor común como parte de la estructura subyacente en la matriz de correlaciones. Este criterio se satisface cuando todas la variables se correlacionan altamente con un mismo factor. Finalmente el *método Promax* permite lograr una solución analítica oblicua (no ortogonal), fue desarrollado por Hendrickson y White (1964) y su objetivo es similar al de varimax en que busca maximizar la propagación (varianza) de los elementos del patrón en un factor.

De acuerdo con Nunnally (1987), las supuestas ventajas de las rotaciones oblicuas son más conceptuales que matemáticas. En la práctica existen argumentos que favorecen tanto las rotaciones ortogonales como las oblicuas, ya que ambas son matemáticamente legítimas, por lo tanto el uso de una u otra es cuestión de gusto o de interés personal del investigador.

Criterios de rotación. ¿Cuál es el propósito de rotar los factores? En principio, desde el punto de vista estadístico, los factores rotados son tan adecuados como los no rotados. No obstante, la razón fundamental que existe para rotar los factores es buscar una solución fácilmente interpretable (Nunnally, 1987). Una regla general de la rotación es que ésta debe hacerse de tal forma que cada variable tenga carga sobre uno y sólo uno de los factores. Ello no implica que haya la misma cantidad de variables puras para todos los factores, sólo se requiere que haya algunas para cada factor. La situación ideal en estos casos condujo a Thurstone (1947) al concepto de *estructura simple*. Normalmente una matriz rotada tiene una estructura más simple que una no rotada. Lo que normalmente se busca en la rotación es que hayan algunas variables relativamente puras en cada factor.

Determinación del número de factores. Existen varios criterios para definir el número de factores a ser extraídos en una solución factorial. Uno de los más comunes es el conocido como la regla Kaiser-Guttman (Guttman, 1954; Kaiser, 1960, 1970), según la cual se deben seleccionar factores con un auto valor igual o mayor que 1. La regla requiere que un componente explique, al menos, tanta varianza como una variable individual. Sin embargo, más allá de esta consideración estadística, es importante que la solución factorial adoptada siempre tenga algún sentido teórico. Los factores de interés describen aspectos que las variables tienen en común, para lo cual se requiere, como mínimo, que dos variables definidas aparezcan como salientes en los factores rotados.

Algunos autores consideran que al extraer demasiados factores se diluye la estructura de los factores rotados, se reduce el número de salientes y, por lo tanto, hace los factores resultantes más difíciles de interpretar. Agregar un componente siempre aumenta la varianza explicada, pero disminuye la carga estructural promedio. Por otra parte, se pueden perder facetas sutiles pero potencialmente importantes de los datos si se retienen muy pocos factores (ver Nunnally y Bernstein, 1995). En resumen, se puede señalar que no existe un regla fija para decir sobre el número de factores que deben ser extraídos como resultados de una solución factorial final. Es necesario tomar en cuenta las consideraciones estadísticas, pero sin dejar de lado la relevancia teórica, lo cual debe llevar a una interpretación, con sentido, de los factores resultantes.

A manera de resumen se presentan a continuación la secuencia de etapas y opciones que son necesarias considerar para llevar a efecto un AF.

Cuadro Resumen del Análisis de Factores

Etapas del Análisis de Factores	Opciones	Referencias
Matriz de datos	Única (sujetos por medidas)	Matriz X
Matriz de correlación	Correlaciones entre medidas	Matriz tipo-R
	Correlaciones entre unidades	Matriz tipo -Q
Extracción de factores Iniciales	Factores definidos	ACP
	Factores inferidos	AFC
Rotación hasta la solución final	Factores no-correlacionados	Rotación ortogonal
	Factores correlacionados	Rotación oblicua

ACP: Análisis de Componentes Principales

AFC: Análisis de Factores Clásico

Análisis de Factores y Desarrollo de Instrumentos

Como ya se mencionó anteriormente, el AF tiene diferentes aplicaciones en la investigación social, psicológica y educativa. Una de ella se presenta en el campo de la teoría de medición, particularmente en lo que respecta al desarrollo de instrumentos, tipo escala de estimación, pruebas de habilidades, aptitudes, conocimientos y otras. Una vez que ha sido concluida la primera versión, en el proceso de desarrollo del instrumento, una de las tareas subsiguientes consiste realizar un análisis de item, para conocer el nivel de funcionamiento de los reactivos y determinar cuáles pueden cumplir mejor su propósito.

Análisis de Item

Existen diferentes procedimientos convencionales que permiten cumplir con las diferentes tareas que supone realizar un análisis de item, por ejemplo la contrastación del desempeño de grupos extremos mediante una prueba **t** o mediante una correlación biserial item-total.

Un propósito similar puede ser cumplido por el AF, tomando en cuenta las correlaciones item-factor (carga factorial), ya que ellos son análogos al coeficiente de validez biserial en el análisis de item. De esta manera se podrán identificar ítemes con altas o bajas cargas factoriales; por ejemplo, coeficientes igual o mayor que 0,50 se consideran adecuados para integrar la versión final del instrumento, así como para evaluar la estructura de un factor (Guertin y Bailey, 1970). Es altamente recomendable eliminar aquellos ítemes que tengan cargas factoriales inferiores al criterio antes mencionado a fin de proceder a correr nuevamente el AF con los ítemes seleccionados.

Convencionalmente, el proceso de análisis de item supone la relación de cada item con un criterio, el cual es, por lo general, la puntuación total del instrumento, resultante de la sumatoria de las calificaciones obtenidas por los sujetos al responder los reactivos. Este procedimiento asume implícitamente que se trata de un instrumento unidimensional, lo cual no es necesariamente cierto, ya que el puntaje total de una prueba puede integrar de manera desproporcionada diferentes factores que no son aparentes.

Suponga, por ejemplo, que usted administra una prueba de 60 ítemes a un grupo de estudiantes de séptimo grado. La prueba está formada por 25 reactivos de cálculo aritmético y 35 preguntas de habilidad verbal, y después de administrado el instrumento se suman las puntuaciones para expresar el desempeño de los estudiantes. Puesto que los 35 ítemes verbales son más numerosos que los 25 de aritmética, ellos contribuirán más al puntaje total. En otras palabras, la calificación total dependerá más del factor verbal, que del aritmético. En un análisis de item los reactivos de cálculo aritmético tendrán coeficientes de validez más bajos y, en consecuencia, serán eliminados más frecuentemente que los ítemes verbales.

El ejemplo anterior ilustra bastante bien cuan cuestionable puede ser el puntaje total de un instrumento cuando se utiliza como su criterio de validación. De allí que el análisis de item debería ser usado cuando ya se tenga una estructura factorial establecida y se esté buscando un conjunto de ítemes relativamente puro para medir un rasgo determinado. Si un conjunto de ítemes parecieran cargar en factores similares en varios estudios y pareciera medir el rasgo que se busca, los mismos podrían ser integrados y obtener un puntaje factorial total a fin de utilizarlo como un criterio para correlacionar los ítemes.

Posteriormente, vendría el procedimiento de refinamiento, eliminando los ítemes que tengan coeficientes bajos. Algunos autores consideran que el análisis de item debería venir sólo en esta etapa de refinamiento del instrumento (ver Guertin y Bailey, 1970). Ciertamente, ello no es adecuado en las etapas tempranas del desarrollo de un instrumento cuando hay interés en identificar rasgos. El AF de una prueba arrojará varios factores, tal vez rasgos o componentes de logro, dependiendo de lo que se esté midiendo con el instrumento.

Estudio de la Confiabilidad

Un índice de confiabilidad mínima para los ítemes de un test es basa en la comunalidad encontrada en el proceso de factorización. El coeficiente de confiabilidad test-retest de un item nunca debería ser inferior a la raíz cuadrada de su comunalidad. Una baja comunalidad no es sinónimo de baja confiabilidad; sin embargo, una alta comunalidad si asegura una alta confiabilidad.

Normalmente, la comunalidad de los ítemes de los cuestionarios promedia 0,40 o superior, dependiendo de la naturaleza de las preguntas, las características de los sujetos y la naturaleza del proceso de recolección de datos. La raíz cuadrada de 0,40 es aproximadamente 0,63, que es una confiabilidad adecuada para un simple item. Los ítemes se juntan para obtener subescalas que son más confiables que los ítemes individuales, debido a la mayor extensión de la subescala. Cuando se combina cuatro o cinco ítemes con una confiabilidad de 0,60, tendremos una medida confiable del atributo que se está intentando medir.

Estudio de la Validez

El AF constituye un recurso de gran utilidad heurística en el estudio de la validez, cuando se desarrollan instrumentos de medición. El estudio de la validez implica evaluar el grado en que un instrumento se aproxima, desde el punto de vista métrico, al objeto que pretende medir, es decir, se intenta averiguar cuál es su nivel de exactitud con que cumple su propósito. En otras palabras, cuando se estima la validez de un test, se quiere saber que rasgo se desea que mida, el cual se conoce como variable de criterio. Interesa saber que tan bien corresponden las posiciones de los individuos en la distribución de los puntajes obtenidos a sus posiciones en el continuo que representa la variable criterio (Magnusson, 1983).

La validez es usualmente estimada mediante la correlación de una variable en estudio con un criterio, el valor obtenido recibe el nombre de coeficiente de validez, el cual indica la relación que hay entre los datos obtenidos en el test y las puntuaciones que se utilizan, con un grado conocido de certeza, como índices para las calificaciones del individuo en la variable de criterio. Un procedimiento similar puede ser utilizado mediante la utilización del AF para verificar los diferentes tipos de validez (constructo, predictiva y contenido).

El estudio de la validez está en el centro de la construcción misma del conocimiento científico, ya que de alguna manera la comprobación de la validez del conocimiento es el puente que conecta la teoría con la realidad, particularmente en lo que se refiere a la validez de constructo.

Explicar los constructos consiste principalmente en determinar (a) la estructura estadística interna de una serie de variables que se dice miden un constructo; y (b) las estructuras cruzadas entre las diferentes medidas de un constructo y aquellas de otros constructos. El AF se utiliza de manera directa al abordar ambas cuestiones (Nunnally y Bernstein, 1995).

Suponga que sobre la base de una teoría determinada se ha desarrollado un instrumento para medir el constructo X, el cual ha sido hipotetizado como integrado por dos dimensiones: A y B. El instrumento se operacionaliza mediante la incorporación de 20 ítemes cada una. Si todos los reactivos de la dimensión A tienen una alta correlación entre sí, de la misma manera que en la dimensión B; esto quiere decir que es esperable una alta correlación entre los ítemes y su dimensión correspondiente. Esta evidencia indica que las dos dimensiones del constructo en referencia tienen una estructura interna fuerte. La estructura cruzada de las dos dimensiones sería apoyada, además, si los dos factores se correlacionan de manera sustantiva. De esta manera, la validez de constructo queda verificada mediante la técnica del AF confirmatorio.

El AF también proporciona evidencia útil acerca de la validez de contenido. Nunnally y Bernstein (1995) han desarrollado un ejemplo que ilustra esta posibilidad. Suponga que se realiza un análisis factorial en una batería de pruebas de rendimiento académico y que la presunta prueba de matemática se correlaciona altamente con un factor de comprensión verbal. Esto implica que la redacción de los reactivos fue excesivamente difícil. Tal información aportada por el AF llevaría a una nueva redacción de los reactivos de la prueba, a fin de eliminar el problema .

Por otra parte el AF es importante en la selección de instrumentos que serán tratados como predictores. En lugar de construir una prueba nueva para cada problema que surja, se debería seleccionar un instrumento predictivo de un banco de instrumentos disponibles. El AF permitiría evaluar previamente la composición factorial de dichos instrumentos a fin de utilizar los factores indentificados como predictores. Al respecto, Nunnally y Bernstein (1995) plantean que “es mucho más fácil formular hipótesis acerca del posible poder predictivo a partir de factores particulares, que formular hipótesis acerca del poder predictivo de instrumentos desarrollados sobre una base ad hoc” (p. 124).

La validez de un instrumento, en el contexto del AF, también puede ser chequeada mediante el procedimiento de validación cruzada, a fin de determinar la estabilidad de la estructura factorial encontrada en el análisis de los ítemes de un instrumento. En este caso, en lugar de aplicar el instrumentos dos veces en muestras distintas para comparar y verificar si las estructuras factoriales obtenidas se corresponden, la muestra general (por ejemplo $n = 400$), se divide en dos submuestras ($n_1 = n_2 = 200$) se factorializan y se comparan sus estructuras factoriales.

La Importancia de la Muestra

Uno se los supuestos que se asumen cuando se utilizan instrumentos desarrollados para una población diferente es que ellos, al igual que los integrantes de nuestra muestra, son seres humanos y, por lo tanto, son todos similares. En consecuencia, se emplea el mismo instrumento para calcular subescalas, puntuaciones totales y comparar diferencias en los promedios, pero en muchos de estos casos tales procedimientos son incorrectos. Con frecuencia los ítemes que se integran en una muestra de normalización pudiera no ser válida en otra muestra en particular. Es necesario que las muestras de normalización incluyan sujetos heterogéneos a fin de favorecer la variación en la variable de estudio. A mayor heterogeneidad en la muestra, más clara será la estructura factorial obtenida. Las correlaciones altas incrementan la carga factorial, una mejor determinación en la localización del factor y clarificación de la estructura factorial.

Un instrumento no logra una estructura factorial sin referencia a una muestra en particular. Pudiéramos obtener algo que tenga muy poco valor práctico o significado si no se selecciona una muestra apropiada (representativa). Pero ¿cuánto sujetos deberían integran una buena muestra, a fin de lograr una medida confiable? Al respecto no hay una regla fija, ya que ello depende, por ejemplo, del propósito de la investigación, la naturaleza de las variables, la confiabilidad de la medida, etc. Por lo general, se recomienda seleccionar muestras no muy grandes (200 a 300 sujetos), en una primera etapa, ya que básicamente interesa obtener una estructura factorial preliminar. Al respecto, es importante recordar que entre más sujetos se utilicen, más confiables serán los coeficientes de correlación y más estable será la estructura factorial. El coeficiente de confiabilidad aumenta a medida que se incrementa la raíz cuadrada del número de casos. No obstante, la ganancia en precisión mediante el incremento del tamaño de la muestra no es lineal.

Conclusión

En este trabajo se presentó una síntesis del método AF haciendo énfasis en sus implicaciones teóricas, metodológicas y prácticas para los investigadores de las ciencias sociales, psicología y educación. Se destacó la aplicación del método en su aspecto confirmatorio, el cual es de gran utilidad en el campo de la teoría de medición, particularmente en lo que respecta al desarrollo de instrumentos. Se analizaron los cualidades analíticas y heurísticas del método en la construcción y validación de teorías científicas. Se concluye que el AF es un método que ofrece ventajas comparativas, cuando se trata de establecer las características técnicas de un instrumento a fin de apoyar la toma de decisiones apropiadas para su mejoramiento. En tal sentido, se recomienda ampliamente la utilización del método de AF en el proceso de desarrollo de instrumentos de medición.

Referencias

Arnau Grass, J. (1981). *Diseños Experimentales en Psicología y Educación*. Volumen I. México: Trillas.

Blalock, H. M. (1977). *Estadística Social*. México: Fondo de Cultura Económica

Bollen, K., y Lennox, R. (1991). Conventional wisdom on measurement: A structural equation perspective. *Psychological Bulletin* N° 110, 305-314

Burt, C. L. (1966). Appropriate uses of factor analysis and analysis of variance. En R. B. Cattell (Ed.) *Handbook of Multivariate Experimental Psychology*. Chicago: Rand McNally.

Cattell, R. B. (1952). *Factor Analysis*. New York: Harper.

Fruchter, B. (1954). *Introduction to Factor Analysis*. New York: Van Nostrand.

Guertin, W. H., y Bailey, J. P. (1970). *Introduction to Modern Factor Analysis*. Ann Arbor, Michigan: Edwards Brothers, Inc.

Gorsuch, R. L. (1966). The general factor in the test anxiety questionnaire. *Psychological Reports*, N° 19, p. 308.

Guttman, L. (1954). Some necessary conditions for common factor analysis. *Psychometric*, N° 19, 149-161.

Harman, H. (1976). *Modern Factor Analysis*. (2da ed). Chicago: University of Chicago Press.

Hendrichson, A. E., y White, P. O. (1964). Promax: Aquick method for rotation to oblique simple structure. *Brithish Journal of Statistical Psychology*. N° 17, 65-70.

Holzinger, K. (1941). *Factor Analysis*. Chicago: University of Chicago Press.

Holzinger, K., y Harman, H. H. (1941). *Factor Analysis*. Chicago: University of Chicago Press.

Hotelling, H. (1931). The generalization os student ratio. *Ann Math Statist*, N° 2, 360-378.

Kaiser, H. F. (1958). The Varimax criterion for analytic rotation in factory analysis. *Psychometrika,* N° 23, 187-200.

Kaiser, H. F. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement*. N° 20, 141- 151.

Kaiser, H. F. (1970). A Second Generation Little Jiffy. *Psychometrika*, N° 35, 401-417.

Kaiser, H. F., y Rice, J. (1974). Little Jiffy Mark IV. *Educational and Psychological Measurement*, 34, 111-117.

Kerlinger, F. N. (1988). *Investigación del Comportamiento* (3ra ed.). México: McGraw-Hill.

Hotelling, H. (1936). Simplified calculation of principal components. *Psychometrika*, 1, 27-35.

Magnusson, D. (1983). *Teoría de los Tests*. México: Trillas.

Montgomery, D. C. (1984). *Design and Analysis of Experiments*. New York: Wiley and Sons.

Neuhaus,, J. O., y Wrigley, V. (1954). The quartimax meted: An analytical approach to orthogonal simple structure. *Brithish Journal of Statistical Psychology*, N° 7, 81-91.

Nunnally, J. C. (1987). *Teoría Psicométrica*. México: Trillas.

Nunnally, J. C., y Berstein, I. J. (1995). *Teoría Psicométrica*. (3ra ed). México: McGraw-Hill.

Spearman, C. General Intelligence objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, N° 15, 201-293.

Thurstone, L. L. (1931). Multiple Factor Analysis. *Psychological Review*. 38,406-427.

Thurstone, L. L. (1947*). Multiple Factor Analysis*. Chicago: University of Chicago Press.

Winer, J. B. (1971). *Statistical Principles in Experimental Design* (2nd ed). New York: McGraw-Hill.

Notas:

(1) La expresión ***factor analysis*** ha sido traducida al español, en la mayoría de los libros especializados, como ***análisis factorial***; sin embargo, esta denominación tiende a confundirse con la técnica conocida como ***factorial análisis*** (análisis factorial), que corresponde a un tipo de diseño experimental, el cual permite manipular simultáneamente dos o más variables (factores) experimentales. Ello hace posible estudiar el efecto conjunto de los factores sobre la variable dependiente (interaciones), además del los efectos principales. Para mayor información ver Arnau Grass (1981), Kerlinger (1988), Montgomery (1984) y Winner (1971), entre otros.

(2) Los métodos de condensación difieren en las maneras en que son usados los pesos para obtener combinaciones lineales. Como ejemplo se puede mencionar el caso del método centroide, el cual requiere que todos los pesos de las variables sean iguales a 1 ó a –1.

(3) Todos los métodos de rotación requieren de cálculos complejos en extremo y por consiguiente un programa de cómputo. Información al respecto puede ser encontrada en: Gorsuch (1983); Kaiser (1970); Kaiser y Rice (1974) y Harman (1976).

EL AUTOR

Carlos Ruiz Bolívar

Carlos Ruíz Bolívar
Doctor en Psicología Educativa (PhD) y Magíster en Ciencias (Nova University, USA, 1976-81). Licenciado en Educación (UCV, 1969). Especialista en Psicología Educativa Cognitiva (Hadaza-Wizo Canada Research Institute, Israel, 1983). Ha desempeñado los siguientes cargos: docente investigador en diferentes universidades (UNEG, UPEL, UCV, UNESR); Decano de Investigación y Postgrado de la Universidad Nacional Experimental de Guayana. Coordinador del Centro de Investigación Educativa del Instituto Pedagógico de Caracas; Coordinador-fundador del Programa de Doctorado en Educación de la UPEL (Caracas). Coordinador del Programa de Investigación del Instituto Pedagógico de Barquisimeto; Actualmente es Director del Centro de Investigación y Desarrollo en Educación y Gerencia (CIDEG). Profesor Titular (jubilado) de la UPEL, adscrito al Programa Interinstitucional Doctorado en Educación (PIDE). Ha publicado varios libros y artículos en revistas especializadas, como autor y/o coautor. Acreditado PPI-CONICIT 1998-2000; Reconocimiento al Mérito Académico, Nivel I (CNU-FAPUV, 1993-95 y 1995-97). Premio Nacional de Investigación, UPEL 1998.

Datos de la Edición Original Impresa

Ruíz, C. (2000, Junio). Análisis de factores y desarrollo de instrumentos. *Paradigma*, Vol. XXI, Nº 1, Junio de 2000. / 9-41