EL SURGIMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Guillermina Waldegg
Cinvestav, México

Resumen

A partir de los años sesenta, muchos países en el mundo emprendieron reformas en la enseñanza de las matemáticas que incluían revisión de contenidos, métodos pedagógicos, y concepciones epistemológicas y psicológicas. Si bien las reformas no alcanzaron los objetivos planteados, su fracaso produjo una serie de preguntas sobre procesos cognitivos y prácticas docentes que antes hubieran sido impensables. La búsqueda de las respuestas a estas preguntas ha dado lugar al desarrollo de métodos y mecanismos basados en marcos teóricos coherentes y en observaciones empíricas sistemáticas. Con ello, estamos en camino de superar el nivel doctrinario que caracterizó tradicionalmente a la pedagogía. En este trabajo se revisan algunas de las causas que motivaron las distintas reformas en la enseñanza de las matemáticas, y se destacan las inquietudes y reflexiones que dieron lugar a la educación matemática, una nueva disciplina cuya especificidad reclama la definición de objetos de estudio y métodos propios.

Palabras claves: Reforma, Investigación, Didáctica de las matemáticas

Abstract

Early in the Sixties, the mathematics educational systems of many countries underwent profound changes involving mathematical contents, pedagogical methods, as well as psychological and epistemological conceptions. Whereas these changes did not produce the expected results, they did give rise to meaningful questions on cognitive processes and teaching practices --that were unthinkable before them. Trying to answer these questions, new theoretical frameworks and new ways of developing field work were designed. As a consequence, we would say that we are at the brink of overcoming the dogmatic level of traditional pedagogy. General conditions that were instrumental to these reforms movements are studied in this paper. Besides, we highlight how some reflections that were at the birth of mathematics education, as a new discipline, emerged. This new disciplinc must define its own methods and field of enquire.

Key words: Reform, Research, Mathematical Education.

Introducción

En los años sesenta muchos países en el mundo emprendieron reformas profundas en sus sistemas educativos, estas reformas incluyeron, de manera destacada, la enseñanza de las matemáticas.

En el origen de los movimientos reformistas, estaba en juego la apuesta política y social de reconciliar la ciencia con la cultura en un momento en que los progresos científico y tecnológicos parecían ser la clave del desarrollo. Para permitir esta reconciliación, era necesario revisar la enseñanza de tal manera que la "ciencia escolar" se aproximará a la "ciencia real". Esto era válido particularmente para las matemáticas en su calidad de *lenguaje universal de la racionalidad científica y,* por lo tanto, base de una cultura científica general.

La prolongación de la escolaridad obligatoria, que ocurrió casi simultáneamente en muchos países y la ampliación de la cobertura de la matrícula definieron nuevos propósitos para la escuela: mas que preparar directamente al futuro ciudadano para la vida activa, la escuela debía darle los medios para adquirir conocimientos y para adaptarse a un mundo en rápida evolución.

Frente a estos objetivos, y en concordancia con las tendencias científicas del momento, los promotores de las reformas propusieron una matemática que enfatizara el papel de las estructuras. Lo que mas tarde se conoció como la matemática moderna era, en la opinión de los reformistas, la forma mas conveniente de lograr un desarrollo constructivista, axiomático y estructural de las matemáticas escolares, congruente con la evolución de las ideas en esta ciencia.

Adicionalmente, la matemática moderna debía contribuir a que la abstracción matemática fuera accesible a todos, reduciendo, de esta manera, los riesgos de fracaso escolar. Gracias a ella, debía ser posible igualmente poner en evidencia la aplicabilidad universal de las matemáticas.

Esta renovación de contenidos no podía tener los frutos esperados sin una renovación de métodos pedagógicos que dieran prioridad a la acción del alumno. El principio se apoyaba, claramente, en la teoría constructivista piagetiana, según la cual el niño construye sus conocimientos por medio de acciones, reales e interiorizadas, en un proceso de adaptación a su entorno. A partir de acciones y manipulaciones llevadas a cabo desde los inicios de la escuela elemental, el alumno debía aprehender las estructuras matemáticas fundamentales.

Basada en estos principios y portadora de estas esperanzas, la reforma de las matemáticas "modernas" se puso en marcha a principio de los años setenta desde la escuela elemental hasta la preuniversitaria. No se trataba, sin embargo, de una reforma improvisada ya que, desde una década antes, se habían realizado coloquios internacionales y se habían organizado comisiones nacionales para la revisión de los programas de estudio. Muchos maestros guardan todavía el recuerdo de estas polémicas y de las pasiones que suscitaron.

Sin embargo, muy pronto se hizo patente el distanciamiento entre las ideas fundacionales de la reforma y la realidad del salón de clases, y aparecieron efectos perversos derivados de la elección disciplinaria y pedagógica. La enseñanza se oriento hacia un formalismo carente de sentido, se dedicaba mucho tiempo a definir las nociones de manera precisa y a introducir el vocabulario adecuado, y muy poco tiempo a trabajar de manera efectiva o a poner a funcionar las nociones introducidas. Agreguemos a esto que los maestros, mal preparados para el cambio, se aferraron a lo que pudieron, es decir, a las señales exteriores de la reforma -la forma en lugar del fondo-, y lo que debía ser. un auxiliar para la comprensión (como el concepto de "conjunto", o una notación determinada) se convirtió, en manos de los maestros, en objeto de enseñanza y, peor aun en objeto de evaluación.

A la distancia, podemos ver claramente el error cometido: se pensó que una herramienta fundamental del desarrollo de las matemáticas del siglo veinte -la introducción de estructuras unificantes- debía jugar ese mismo papel esencial en la enseñanza. Con ello se confundieron abusivamente dos campos: el de la creación matemática y el de su enseñanza. El interés de una estructura dada, no surge a partir de dos o tres situaciones que puedan asociársele, sino que hace falta que esta estructura aparezca con algún beneficio adicional: que organice, que unifique, que vuelva mas coherentes y mas eficaces los conocimientos actuales, o que propicie una mirada nueva de situaciones viejas. Ahora sabemos que la enseñanza elemental esta muy lejos de proporcionar una problemática como la requerida, y que las estructuras mas generales, las primeras que se enseñan desde una perspectiva lógica que va de lo simple a lo complejo, rara vez son portadoras de problemas matemáticamente interesantes que, al mismo tiempo, sean accesibles a los principiantes.

Con el tiempo, los promotores de la reforma se dieron cuenta de las desviaciones del sistema. Se puso en marcha una serie de arreglos a los programas para trata de atenuar los efectos mas perversos de la reforma y contrarrestar la influencia de textos que reforzaban las tendencias formalistas. Sin embargo, esta regulación no surtió efectos inmediatamente.

Llevada a cabo en nombre de principios generales, la reforma de las matemáticas modernas no logro sus objetivos: diez años después de su inicio, la sociedad no se había reconciliado con las matemáticas. Ciertamente, las matemáticas ocuparon un lugar central en los sistemas de enseñanza, pero mas como un instrumento de selección que de formación. Los jóvenes se sintieron obligados a aprenderlas para asegurar su permanencia dentro del sistema escolar global y no tanto por el gusto a la disciplina.

La enseñanza de la década de los noventa estuvo marcada por nuevas reformas que rechazaron las opciones epistemológicas de las matemáticas modernas. Rechazaron la concepción estructural de las matemáticas y la visión de las matemáticas como un lenguaje, aunque se tratara del "lenguaje universal de la racionalidad". El interés se desplazó entonces hacia el *sentido* de las matemáticas, se puso el acento en el carácter humano de la actividad matemática, en su historicidad y en el papel que juegan los *problemas* en la conceptualización y en la teorización.

No obstante este rechazo, en los programas de los noventa como en los anteriores, se mantuvo la voluntad de hacer las matemáticas mas accesibles a los alumnos y de formar un mayor numero de científicos. Persistió el interés de situar la actividad del alumno en el centro del aprendizaje y se insistió en el hecho de acceder a la cultura matemática, no por la vía de aprender resultados y técnicas, sino dando lugar a un desarrollo cognitivo. Se puso en el centro del debate el carácter experimental de este desarrollo, no a partir del carácter lógico y estructural de la disciplina, sino mediante exploraciones, elaboración de conjeturas y justificaciones. Los siguientes párrafos tomados de documentos oficiales mexicanos atestiguan esta selección, que seguramente no difiere mucho de la elegida en otros países del continente:

> Un aprendizaje significativo de las matemáticas no puede reducirse a la memorización de hechos, definiciones y teoremas, ni tampoco a la aplicación mecánica de ciertas técnicas y procedimientos. Por el contrario, es necesario que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en situaciones que tengan sentido para ellos y les permitan generar y comunicar conjeturas. Los alumnos deberán involucrarse activamente en todas las fases

> por las que pasa la solución de un problema, desde el planteamiento mismo, la producción de las primeras conjeturas y su discusión, hasta la redacción de la solución....

Mas allá de la seducción que puedan producir estos textos, hoy día parece pertinente preguntarse:

- ¿Cómo experimentan los alumnos la realidad de las aulas?
- ¿Es realmente esta iniciación al desarrollo matemático, esta conceptualización por la vía de problemas, portadora del sentido y de las técnicas de un campo conceptual dado?
- ¿Cómo se resuelve una clase que oscila entre la resolución libre de problemas y la institucionalización de los conocimientos exigidos?
- ¿Cómo se articulan los aspectos conceptuales y técnicos del trabajo matemático?
- ¿A qué dificultades se enfrenta una enseñanza que quiere concretar estos principios en la realidad cotidiana del aula?
- ¿Están realmente preparados los maestros?
- ¿Estamos libres de perversiones?
- ¿No nos arriesgamos, dada la insistencia en la exploración y la experimentación a caer en un juego matemático carente de sentido?

Esta serie de cuestionamientos nos lleva a otra pregunta fundamental: ¿se hubieran planteado estas preguntas hace veinte años si estos principios hubieran guiado la reforma de las matemáticas modernas? cuya respuesta es: seguramente no...; si parece natural plantearnos estas preguntas hoy, en gran medida se lo debemos a la "reforma de las matemáticas modernas".

Por una parte, sus fracasos mostraron lo limitado de la reflexión, aunque esta reflexión hubiera sido encabezada por matemáticos eminentes. Se hizo evidente que, si se quieren producir los cambios deseados, es necesario comprender mejor el funcionamiento del sistema complejo de la enseñanza y sus actores: alumnos y maestros. Por otra parte, el interés despertado por las cuestiones de la enseñanza de las matemáticas favoreció el desarrollo de la investigación.

II.EI surgimiento de los centros de investigación

Los primeros intentos de formalizar la reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas surgieron un poco por todas partes: los mas conocidos, los IREM en Francia (1969) y el Departamento de Matemática Educativa en México (1975). En casi todos los casos, se trataba de asociar a las universidades o a los centros de investigación en matemáticas una estructura que reuniera maestros de diversos niveles y que permitiera explotar los intercambios entre ellos con el fin de vincular en un marco universitario, la formación de maestros a la investigación didáctica. Su cometido inicial era:

Participar en la formación inicial de los profesores

Participar en la formación continua de los profesores

Desarrollar investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas

Producir y difundir documentos para la enseñanza

En un principio, la energía de estos centros se movilizó hacia las actividades de formación continua: se trataba de preparar masivamente a los maestros para la aplicación de los nuevos programas. Los recursos destinados a estos reciclajes fueron importantes y los maestros-estudiantes se beneficiaron con descargas efectivas o con horas suplementarias para su preparación. Después, progresivamente estos centros se organizaron y desarrollaron investigación e innovación, completando así su cometido. Sus trabajos, en general, han tenido una influencia efectiva en programas posteriores a los de la reforma de los setenta.

Sin embargo, en muchas partes la estructura de estos centros ha permanecido aislada de los sistemas educativos y, como todo punto aislado, es frágil; se percibe come un lujo y es rechazado por otras disciplinas, lo que los obliga a luchar para sobrevivir; aunque, a decir verdad, esta lucha no ha tenido efectos negativos ya que ha obligado a los grupos a rendir cuentas, a comprometerse, y, en esa medida, han ganado en profesionalismo y en eficacia. Podemos decir que, en un buen número de casos estos grupos están listos para jugar hoy un papel esencial en el cuadro de renovación de la formación inicial de profesores.

La reforma de las matemáticas modernas fue así, indirectamente, una causa esencial del desarrollo rápido de la investigación en didáctica de las matemáticas. Por una parte, por el interés que despertó por la enseñanza de esta disciplina, interés anclado en la voluntad de hacer accesible esta ciencia a toda la sociedad; y, por otra parte, por las decepciones engendradas por la reforma y por las necesidades de racionalidad que nutrió.

Institucionalización de la investigación en didáctica de las matemáticas

De manera efectiva, a partir de los años ochenta, la investigación en didáctica de las matemáticas evolucionó rápidamente y se institucionalizo en casi todo el mundo. Su desarrollo como un campo autónomo mantiene, sin embargo, contactos estrechos con la disciplina madre, las matemáticas, al mismo tiempo que crece dentro de los conceptos, resultados y métodos de las disciplinas con las que esta naturalmente vinculada: la epistemología, la psicología cognitiva, la psicología social, la lingüística, la sociología,..., a menudo, dándole otra forma a los conceptos y a los métodos de estas ciencias, para adaptarlos a su propia problemática.

Aunque su reconocimiento institucional es creciente, se trata, no obstante, de un campo científico joven, todavía frágil, cuyos resultados son poco seguros, y que suscita animadversiones y desconfianzas. Animadversión de quienes quieren considerar la enseñanza como un arte y rechazan la instrumentalización de cualquier racionalidad en este arte. Animadversión de quienes ven en la didáctica una maquinaria destinada a normalizar la enseñanza y a "robotizar" a los maestros. Animadversión de quienes están persuadidos, a pesar de todas las evidencias contrarias, de que para enseñar bien las matemáticas, basta conocerlas. Desconfianza de aquellos que, habituados a navegar en el campo de las "ciencias duras", dudan de que el dominio de la enseñanza sea accesible a un conocimiento científico. Desconfianza de quienes, percibiendo a los didactas como "sub-matemáticos" que han encontrado un refugio en la didáctica, temen ver que esta casta "inferior" tome el poder en la enseñanza por la vía de supuestas investigaciones científicas.

No es mi intención aquí retomar esta polémica del microcosmos matemático, quiero, mas bien, centrar la discusión en la investigación didáctica, sus resultados actuales y los problemas que enfrenta.

Los didactas se interesan en elucidar las relaciones entre enseñanza y aprendizaje, que consideran poco transparentes. Identificar los fenómenos didácticos, explicarlos, poder eventualmente preverlos, provocarlos, construir las estructuras conceptuales y teóricas que permitan organizar y capitalizar los resultados obtenidos es, de alguna manera, el plan cotidiano de la investigación "pura" en didáctica de las matemáticas. Sin embargo, tal parece que no hay didactas "puros". Todos tienen cierta ambición de mejorar directamente la enseñanza de las matemáticas, aunque están igualmente persuadidos de que este mejoramiento necesita un rodeo, una distanciación en relación a la acción.

La investigación en didáctica de las matemáticas comenzó por la escuela elemental, donde las condiciones experimentales eran más fáciles; se interesó en particular en los aprendizajes numéricos, antes de ampliar su campo de acción a otros dominios y a otros niveles (hasta los primeros años de enseñanza superior). Sin pretender hacer una descripción exhaustiva, me detendré en tres resultados importantes: el largo termino de los aprendizajes, el estatus del error, y la noción de contrato didáctico. Sobre cada uno de estos puntos, los resultados obtenidos son importantes sin que por eso se quiera ver ahí el "hallazgo del siglo", o los remedios milagrosos para los problemas de la enseñanza.

IV. Algunos resultados de la investigación

1. El largo termino de los aprendizajes

Los numerosos trabajos efectuados sobre estructuras aditivas y sobre la proporcionalidad nos servirán de soporte para hacer explícita esta noción de "largo termino" del aprendizaje. Vergnaud, por ejemplo, puso en evidencia que podían existir muchos años de desfase en el dominio de problemas muy cercanos en apariencia (salidos de un mismo contexto y refiriéndose a un mismo tipo de igualdad). Demos algunos ejemplos asociados a dos igualdades matemáticamente equivalentes: $9 + 7 = 16$ y $16 - 9 = 7$.

Problema 1: Pablo tiene 16 canicas. Juega una partida y pierde 9 canicas. ¿Cuántas canicas tiene después de la partida?

16 □ -9 □ x

Problema 2: Pablo juega una partida y pierde 9 canicas. Al final de la partida tiene 7 canicas. ¿Cuántas canicas tenía al principio del juego?

x □ -9 □ 7

Problema 3: Pablo juega dos partidas de canicas En la primera gana 16 canicas y en la segunda pierde 9. ¿Cómo quedo al final?

Problema 4: Pablo juega dos partidas de canicas. En la primera pierde 9 canicas. Al final, se da cuenta que le quedan 7 canicas en total ¿Qué pasó en la segunda partida?

y □ -9 □ + x □ 7

El análisis fino de estos problemas muestra que no nos deben sorprender los desfases temporales en la habilidad para resolverlos. En los dos primeros enunciados, una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida; en los dos últimos, dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación. Las transformaciones pueden ser positivas o negativas y la pregunta puede referirse al estado final, a la transformación o al estado inicial. En cada uno de estos casos tenemos dificultades cognitivas diferentes, si no ocultamos estos problemas bajo una misma escritura aditiva, poco a poco nos damos cuenta de la diversidad de comportamientos cognitivos solicitados, y del grado de complejidad subyacente.

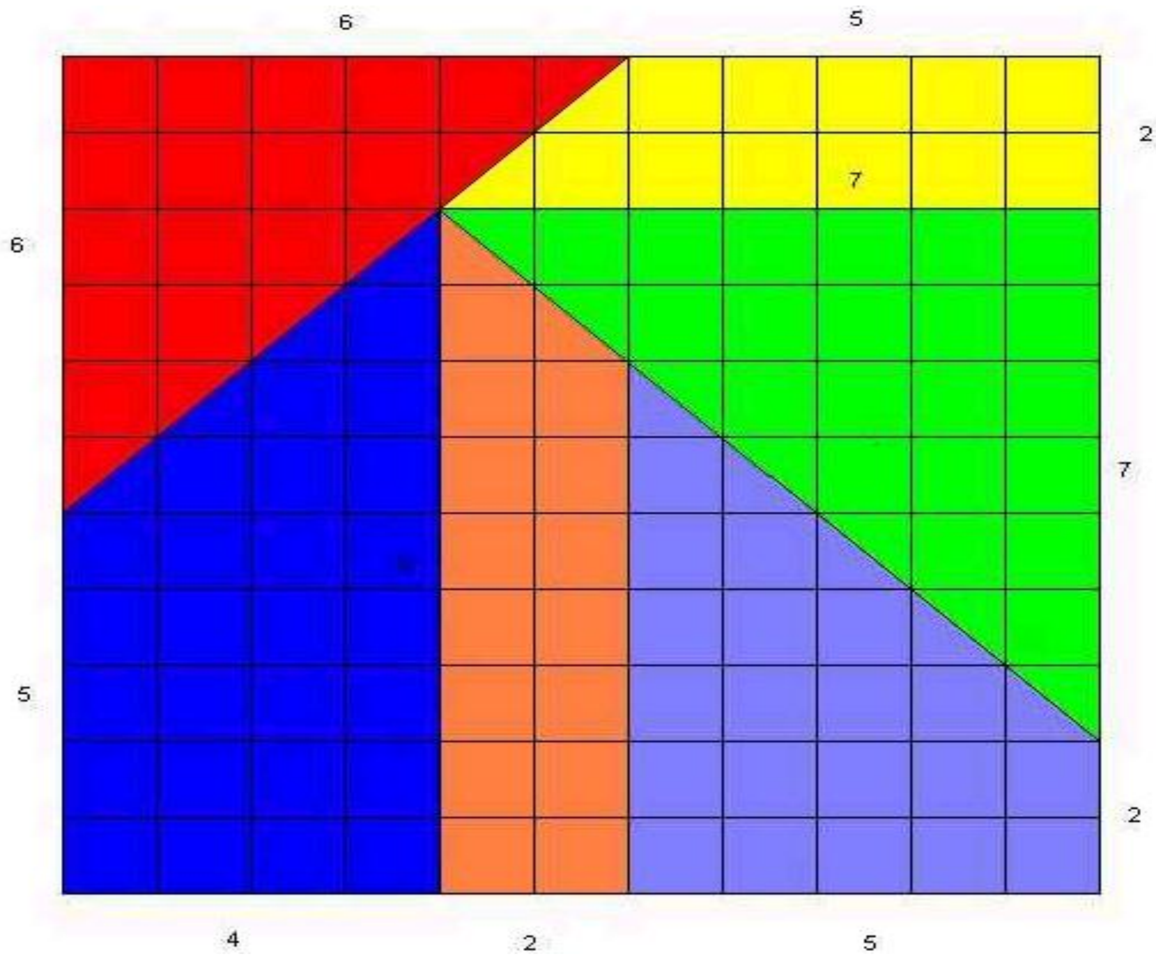

Figura 1: Los problemas de adición pueden representarse mediante los esquemas señalados

El estudio de la proporcionalidad, sólo para citar otro ejemplo pone en evidencia fenómenos análogos. Muy pronto, aún antes de toda enseñanza de la proporcionalidad, los alumnos saben tratar con situaciones de proporcionalidad simple, doble o triple. Por ejemplo, los niños pueden calcular las cantidades necesarias para una receta de cocina siempre y cuando los números involucrados les sean familiares.

Los alumnos desarrollan un cierto número de estrategias, algunas de ellas consisten en utilizar implícitamente la linealidad de la proporcionalidad:

$f(a+b)=f(a)+f(b)$,

$f(k\,a) = k\,f(a)$

(si conozco las cantidades necesarias para 5 y 4 personas, conozco las cantidades necesarias para 9 personas; si las conozco para 3 personas, las conozco para 6, 9, etc.). Otras estrategias consisten en utilizar el coeficiente de proporcionalidad.

Desde luego, la utilización de una u otra estrategia depende del contexto y de los números que entran en juego, y no hay, en general, un pasaje fácil de un punto de vista al otro.

En contraposición a estos comportamientos precoces, los alumnos del bachillerato no reconocen fácilmente una situación de proporcionalidad en un problema de agrandamiento como el del rompecabezas debido a Brousseau (ver figura 2)

En los problemas de proporcionalidad, como en los problemas aditivos, variables diversas demandan tratamientos diferentes por parte del alumno, estos tratamientos dependen de la situación y de su dificultad real: el contexto, el estatus de lo que se busca, la naturaleza y el tamaño de los números que están en juego, la naturaleza de las magnitudes que sirven como referencia, la proporcionalidad simple o múltiple...

En estos dos casos -estructuras aditivas y proporcionalidad- y en un buen numero de otros casos, las investigaciones en didáctica han permitido identificar regularidades importantes en los aprendizajes, y construir así referencias para la enseñanza. Han permitido también elaborar situaciones donde, piloteando prudentemente las variables didácticas identificadas, se puede hacer progresar al alumno dándole una autonomía en su trabajo matemático que le permita alcanzar cierta certeza.

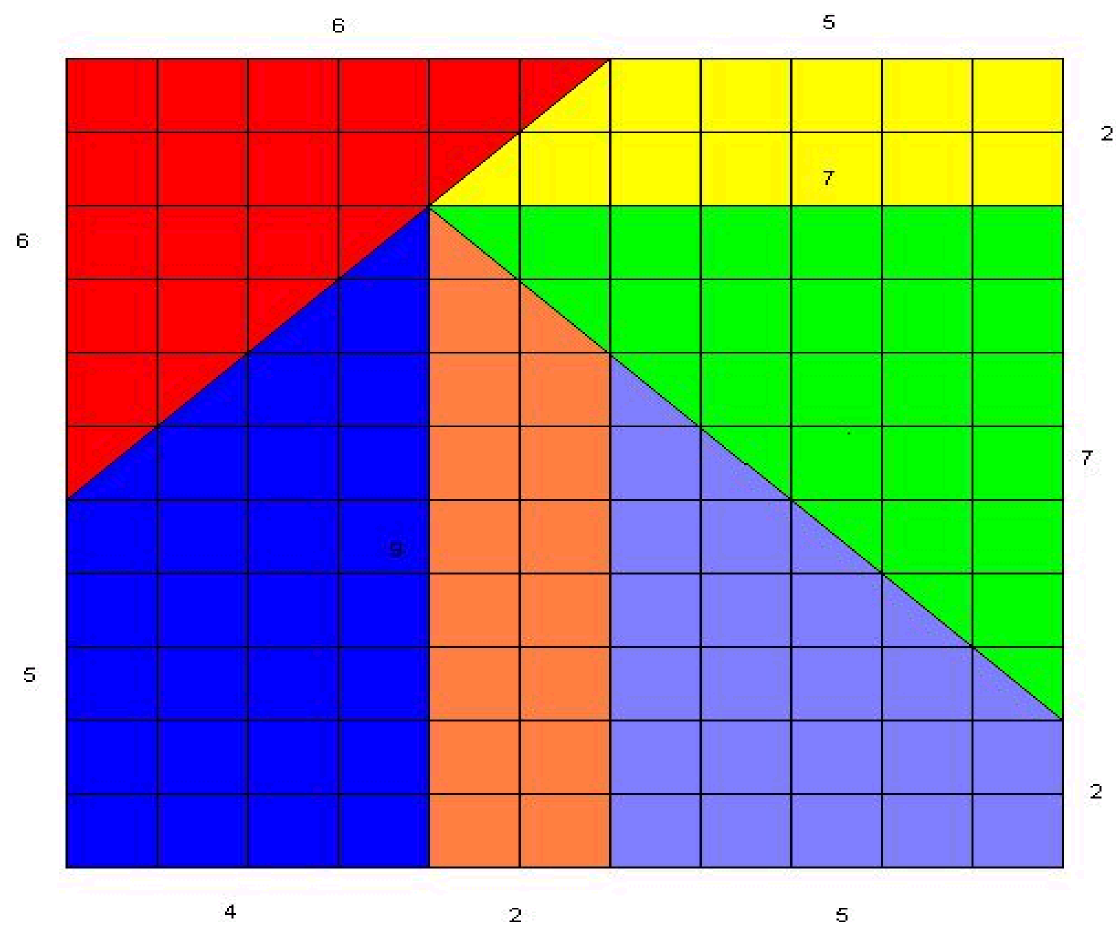

Figura 2: Se les pide a los alumnos agrandar este rompecabezas de manera que "una longitud de 5 en la en la figura inicial, corresponda a una longitud de 9 en la figura agrandada". A menudo

los alumnos movilizan modelos erróneos como "agregar 4 cm en todas las dimensiones" o "multiplicar por 2 y quitar 1 cm" Aún en el bachillerato, la proporcionalidad no se reconoce inmediatamente.

Este largo plazo de los aprendizajes es a la vez reconocido y desconocido para la enseñanza. Lo toma en cuenta cuando organiza lecciones y repasos -es lo que tratan de hacer los programas actuales-. Pero al mismo tiempo, el discurso del maestro formula juicios perentorios que niegan la temporalidad del proceso. Es como si, reconociendo la característica de largo plazo de los aprendizajes, la enseñanza debiera negarla en las evaluaciones que lleva a cabo, y extrapolarla abusivamente en función de los comportamientos esperados por la institución escolar en un momento dado.

2. La coherencia oculta del alumno y el estatus del error

Otra conquista de la didáctica es, sin ninguna duda, el habernos llevado a repensar el estatus del error. En la enseñanza tradicional, el error es considerado como una falta.

Se le califica como una desatención, se considera prueba de una falta de conocimiento, de una laguna. El buen maestro es aquel que, explicando bien, avanzando progresivamente, logra prevenir e impedir el error. Se tiene además casi prohibido a los maestros escribir en el pizarrón las respuestas falsas de los alumnos, aunque sea para analizarlas. Es claro que solo "la verdad" tiene un espacio en el aula tradicional.

La didáctica de las matemáticas, apoyándose en particular en los trabajos de la epistemología y de la historia de las matemáticas, ha llevado a cuestionar este punto de vista y a buscar la coherencia oculta en el pensamiento del alumno de la que son testigos los errores; ha conducido, en fin, a estudiar el papel del error en el aprendizaje. La noción esencial de "obstáculo epistemológico", introducida originalmente por el filosofo Gaston Bachelard, fue importada por la didáctica gracias a Guy Brousseau en 1976. El obstáculo epistemológico esta asociado a la idea de que el progreso del conocimiento científico no es lineal, sino que supone rupturas y discontinuidades. Los conocimientos o los principios, que han permitido a la ciencia avanzar en un momento histórico dado, pueden, en otro momento, bloquear el progreso y conducir a errores. Errores y bloqueos son tanto más resistentes cuanto mas estén asociados a conocimientos probados.

Las matemáticas suelen ser percibidas como la ciencia de la racionalidad ideal, sin embargo, su desarrollo no escapa a estos obstáculos. La extensión del campo de los números enteros a los decimales y racionales proporciona numerosos ejemplos de ello. Los niños, al manipular durante muchos años los números críticos, construyen conocimientos que tienen la tendencia a generalizar cuando el campo se extiende. Hay de hecho una coherencia subyacente en ciertos errores, particularmente tenaces -se les encuentra aun en el bachillerato-, como por ejemplo:

$(0.3)^2 = 0.9;$

4.60 > 3.60 > 3.8;

Entre 3.54 y 3.55 no hay ningún decimal;

$x^2 > x$...

En los dos primeros casos el numero decimal es visto como la asociación de dos enteros separados por el punto (o la coma) decimal; en consecuencia, se opera separadamente sobre cada uno de los enteros, con las reglas de prioridad para manejar los conflictos (para comparar dos números decimales, por ejemplo, se empieza por comparar los enteros antes del punto y solo en casos de igualdad se continua con los siguientes dígitos).

El tercer error puede explicarse así: entre 54 y 55 no hay ningún entero, se puede entonces recurrir a la visión clásica de decimales como enteros con un cambio de unidad: 3.54 y 3.55 no serán otra cosa que los enteros 354 y 355 con un cambio de unidad, y estos enteros son consecutivos.

El último error citado se refiere a una fuerte convicción heredada de los números enteros: el cuadrado de un número es siempre mas grande que el numero; o, de manera mas general, la multiplicación agranda el numero y la división lo achica.

Las investigaciones didácticas muestran que es vano querer franquear con suavidad estos obstáculos. Como en la historia, hay que aceptar que debemos afrontarlos. Se ha puesto en evidencia que la enseñanza, en su cuidado por avanzar paso a paso, de manera continua, a menudo tiene la tendencia a reforzar los obstáculos. Por ejemplo, para dar seguridad a los alumnos frente a los nuevos números (decimales), se insiste en el hecho de que "casi" son enteros, y que, desplazando el punto, siempre se encuentran las operaciones con enteros. De la misma forma, se refuerza el error, como se ha mostrado en numerosos estudios sobre los textos, cuando se proponen, mayoritariamente, ejercicios para los cuales las concepciones erróneas conducen a respuestas correctas.

Las investigaciones en didáctica llevan así a buscar, detrás de las dificultades resistentes bien conocidas por los profesores, la coherencia escondida del funcionamiento del alumno. Si estos errores no son aislados sino que atestiguan concepciones coherentes, no es sin duda aisladamente que se les debe tratar, sino globalmente: hace falta entonces concebir los medios para desestabilizar esas concepciones, para llevar al alumno a comprender su propio funcionamiento, lo que tiene de positivo y a la vez lo que tiene de negativo.

3. La noción de contrato didáctico

La noción de contrato didáctico llegó tardíamente a la escena, al principio de los años ochenta, pero se ha vuelto uno de los conceptos claves en la didáctica; esta noción esta ligada a la de contrato pedagógico, introducida en las ciencias de la educación por J. Filloux. Si el contrato pedagógico es lo que define, explícitamente e implícitamente, lo que se espera y los deberes respectivos de maestros y alumnos en una situación de enseñanza dada, el contrato didáctico es, *gosso modo*, la parte de ese contrato que concierne al contenido matemático. Esta especificación por el contenido conduce a interrogantes y a trabajos sensiblemente diferentes de los realizados en las ciencias de la educación.

La noción de contrato nos lleva a interrogarnos sobre el sentido de los comportamientos y de las respuestas de los alumnos. ¿De qué manera están condicionados estos comportamientos y estas respuestas por las matemáticas que están en juego en una situación determinada, o por los propios conocimientos matemáticos? ¿En qué están ligados a otros factores? ¿Su percepción, a través de diversos índices, depende de las expectativas del maestro? ¿De los usos y costumbres matemáticos de la clase en la que se encuentra? Las interpretaciones puramente cognitivas que podríamos dar de estos mismos comportamientos resultan así muy relativizadas.

Hace falta una cierta sensibilidad a estas cuestiones para referir en que el contrato didáctico condiciona el cotidiano matemático de una clase. En contraste, los fenómenos del contrato se hacen claramente visibles cuando, por una u otra razón, hay una transgresión del contrato. Es el caso, por ejemplo, de los problemas conocidos como "la edad del capitán". Me explico: en la casi totalidad de los problemas escolares, por una parte, se proporcionan todos los datos necesarios para la resolución; por otra parte, los datos proporcionados son útiles. Los alumnos integran muy rápido este dato del contrato y lo explotan al máximo eligiendo tal o cual solución, por razones que no son siempre las razones matemáticas esperadas. Algunas veces, los maestros, aburridos por este funcionamiento, siembran la duda introduciendo subrepticiamente un dato inútil.

Los profesores del IREM de Grenoble hace unos diez años, se atrevieron a ir mas lejos en la ruptura del contrato usual planteando a alumnos de la escuela elemental problemas absurdos como:

"En una clase hay 4 hileras de 8 lugares, ¿qué edad tiene la maestra?"

"En una clase hay 15 niños y 14 niñas, ¿cuál es la edad de la maestra?"

"Un pastor tiene perros y 120 borregos, ¿cuál es la edad del pastor?"

Y sucedió que los alumnos de la escuela elemental se esmeraban, como si nada extraño pasara, en resolver los problemas, más aún, no elegían las operaciones por azar: la maestra tenía 32 años en el primer caso, 29 en el segundo, y el pastor tenía 40 años... Esta aventura es ciertamente caricaturesca, pero tuvo el mérito de mostrar hasta qué punto puede pesar sobre el funcionamiento cognitivo del alumno, la carga del contrato didáctico; y tuvo el valor de mostrar la importancia de ser sensible al papel que juega explícita pero, sobretodo, implícitamente el contrato didáctico.

Los trabajos sobre el contrato didáctico han permitido también mostrar que, si bien existen características del contrato relativamente estables (la edad del capitán es una para los contratos usuales), hay otras características que están en evolución permanente en el curso del aprendizaje. Esta evolución continua o discontinua es además la señal del avance del aprendizaje. El maestro puede jugar con las primeras, instituyendo en su clase, de manera mas o menos permanente, tal o cual tipo de contrato asociado a prácticas del trabajo en grupo, del problema abierto, del debate científico, etc. y utilizarlas como balanza para incidir positivamente sobre la relación de sus alumnos con las matemáticas. Por el contrario, en lo que toca a las segundas (las características inestables), el maestro está restringido a hacer avanzar el contrato, a provocar permanentemente mini-rupturas; así cada fase del aprendizaje modifica las expectativas del maestro frente al alumno.

En una perspectiva tradicional del aprendizaje, en donde se considera que la enseñanza es una simple transmisión, que supone que el saber pasa del emisor (el maestro) al receptor (el alumno), estas consideraciones podrán parecer absurdas. En ese tipo de enseñanza, los roles están claramente atribuidos: al maestro le corresponde explicar bien el contenido del curso, proponer buenos ejercicios, sancionar las producciones de los alumnos; mientras que a los alumnos les corresponde aprender el curso, estar atentos, hacer los ejercicios demandados. Si cada uno hace lo que le toca, y si el alumno no es inepto para las matemáticas entonces debe aprender. Sin embargo, se sabe que las cosas no son así de simples.

Desde esta perspectiva tradicional, nada garantiza que los conocimientos escolares adquiridos con anterioridad por el alumno serán suficientes para apropiarse de los nuevos. Además, el alumno interpretara cada situación que vive en función de sus propias referencias, tanto escolares como de otro tipo; que no son, necesariamente, las mismas que las del maestro. ¿Cómo afirmar en esas condiciones que si el alumno aprende, aprenderá justamente lo que se le quiere enseñar? La enseñanza, aun si se le considera una simple transmisión, no deja que nos engañemos por la irrealidad de esta posición. G. Brousseau, en muchos textos, ha identificado ciertas paradojas del contrato didáctico: el alumno, que supuestamente tiene los medios para producir una respuesta, no la produce y, sin embargo, es necesario que la produzca para que la relación didáctica perdure. La más simple de estas paradojas es, sin duda, la llamada "efecto Topaze", por analogía con el dictado del texto de Marcel Pagnol en su obra Topaze.

En la primera escena de esta obra, Topaze hace un dictado a un mal alumno, como no puede aceptar los muchos errores ortográficos que este comete y tampoco puede dar directamente la ortografía demandada, Topaze "sugiere" la respuesta disimulándola bajo códigos didácticos cada vez mas transparentes. En una versión en español, el maestro dicta "Las habichuelas...", el alumno escribe "avichuelas". El maestro trata por diversas maniobras de que el alumno escriba "v" pero, por supuesto, sin decírselo explícitamente y pronuncia exageradamente una v labiodental que no se usa en español. Para que el alumno agregue la "h", terminara por pronunciar la "h" muda. Esa "h", agregada por el alumno, no significara gran cosa en términos del aprendizaje gramatical, pero el maestro hará como si fuera el resultado de una verdadera comprensión repentina del alumno... ¿Sospechamos que la enseñanza de las matemáticas presenta efectos Topaze? Volveremos mas tarde sobre ello.

V. La investigación en didáctica y la enseñanza actual

Los programas actuales de matemáticas se sitúan en una perspectiva constructivista del aprendizaje, tienen como objetivo explícito hacer que la mayoría de los alumnos accedan a una cultura matemática. No se puede suponer que se satisface un reparto de responsabilidades como antaño. Estos programas exigen, finalmente, mucho más del maestro:

- elaborar y administrar las situaciones que permitirán al alumno descubrir el interés de ciertas nociones matemáticas,
- avanzar en las competencias técnicas de los alumnos,
- poner a prueba sus concepciones erróneas;
- adaptarse al alumno y a su funcionamiento real para ayudarlo a aprender;
- provocar la actividad matemática de los alumnos;
- determinar lo que los alumnos pueden producir de manera autónoma,
- detectar los momentos en los que deben ser auxiliados,
- sacar provecho de sus producciones para guiarlos hacia el saber oficial...

Esto hace que tanto la responsabilidad del maestro como su nivel de incertidumbre en las situaciones de enseñanza crezcan enormemente. ¿Puede la investigación didáctica ayudar a los maestros a enfrentar este tipo de demandas? y si es así, ,¿cómo?

Sin exagerar los beneficios, parece que la respuesta es afirmativa. Por una parte, los hallazgos de la investigación didáctica pueden ayudar a los maestros a delimitar sus responsabilidades reales. Por ejemplo, pueden ayudar a separar las dificultades debidas a una elección desafortunada de la estrategia de enseñanza, de las dificultades ineludibles constitutivas de los procesos de aprendizaje. Por otra parte, si bien la didáctica no provee de remedios milagrosos ni tiene a la mano situaciones clave, si proporciona los marcos de referencia que pueden ayudar a situar mejor a los alumnos, a comprender sus errores y a atacarlos más eficazmente.

Los trabajos sobre la transposición didáctica iniciados por Y. Chevallard permiten comprender mejor lo que son los objetos de enseñanza, a que restricciones obedecen, las influencias que les dan forma, los factores que los hacen evolucionar, volverse obsoletos o morir. Tales trabajos pueden, sin ninguna duda, ayudar a los maestros a no sentirse tambalear al filo de cada nueva reforma, a leer e interpretar mejor los programas, situándolos mas a nivel de fondo que de superficie.

Pero la investigación tiene también, sin duda, la responsabilidad de prevenir las interpretaciones abusivas o dogmáticas que se pudieran hacer de las teorías o de los resultados. Impedir, por ejemplo, que la importancia concedida -con razón- al funcionamiento del alumno y a su actividad matemática, no sea mal interpretada. Parece que, desde una mal comprendida perspectiva constructivista del aprendizaje, surge a veces la ilusión de que el alumno en situación escolar puede reinventar todo por si solo, el maestro únicamente tendrá el papel de "director de escena" o animador. Este es, a mi entender, el medio mas seguro de multiplicar los falsos descubrimientos en una sucesión de efectos Topaze...

En otro plano, la "actividad" es hoy la llave maestra de la enseñanza de las matemáticas, pero no hay que confundir la actividad matemática con el "activismo", ni pensar que un alumno no puede estar, al mismo tiempo, físicamente inactivo y matemáticamente activo. La actividad matemática, aun si se apoya en un trabajo material, es, ante todo, una actividad intelectual que pone en juego objetos ideales. Además, esta actividad no puede ser analizada ni comprendida, si no pone atención al sentido de verdad, específico de las matemáticas, que le da la forma y el sentido matemático.

Para concluir, solo quiero remarcar que fue gracias a estos movimientos reformistas y, en buena medida, a su fracaso, que hoy día estamos en posibilidad de hacernos preguntas pertinentes sobre los procesos cognitivos y las prácticas docentes, que antes hubieran sido impensables. Lo más importante, hemos desarrollado métodos y mecanismos que nos permiten buscar las respuestas a esas preguntas sobre la base de marcos teóricos coherentes y de observaciones empíricas sistemáticas. Con ello, estamos en camino de superar el nivel doctrinario y normativo que caracterizó a la pedagogía hasta hace pocos años.

Datos de la Edición Original Impresa

Waldegg, G. (2000, Junio).El surgimiento de la investigación en educación Matemática XXI. *Paradigma*, Vol. XXI, Nº 1, Junio de 2000. / 115-138