

Línea de Investigación  
**PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO**  
**(LIPNA)**

**José Ortiz Buitrago**

Núcleo de Investigación en Educación Matemática  
“Dr. Emilio Medina” (NIEM)  
Universidad Pedagógica Experimental Libertador  
(Núcleo Maracay)  
Universidad de Carabobo, Venezuela

**Resumen**

Se presentan los fundamentos filosóficos y los campos de actuación de la Línea de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico (LIPNA), con la finalidad de orientar la indagación y el estudio en este campo de investigación. Asimismo, se hace referencia a resultados obtenidos en proyectos ejecutados en el marco de esta línea. Uno de ellos en el ámbito de la evaluación de programas de contenido algebraico y otro orientado a indagar en las competencias didácticas de preparadores de matemáticas.

**Palabras Clave:** Educación Matemática; Evaluación de Programas; Formación de Profesores, Currículum.

**Abstract**

This paper deals with the philosophical foundations and the fields of performance of the line of investigation numerical and algebraic thought, with the purpose of orienting the research and the study in this area. Also, reference to results obtained in projects executed within the framework of this line. One of them in the scope of the evaluation of programs of algebraic content and other oriented to investigate in the didactic knowledge of mathematical tutors.

**Key Words:** Mathematics Education; Programs's Assessment; Teachers's Education; Curriculum.

**Introducción**

La línea de investigación Pensamiento Numérico y Algebraico (LIPNA) es una de las líneas de investigación inscritas en el Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina” (NIEM) de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maracay. (UPEL, Maracay). Esta línea se desarrolla tomando como referencia las bases teóricas y metodológicas de la línea del mismo nombre perteneciente al grupo Pensamiento Numérico y Algebraico de la Universidad de Granada (España) y al grupo español de investigación Pensamiento Numérico y Algebraico de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Como soporte teórico se considera que existe una diversidad de vínculos entre el conocimiento numérico y el algebraico y que los problemas que surgen de la enseñanza y aprendizaje en estos dos campos son similares y las bases teóricas y metodológicas para su estudio tienen elementos comunes (Socas, 1999).

En lo concerniente al pensamiento numérico, Rico, Castro, Castro, Coriat & Segovia (1997) afirman que: ...comprende el estudio de los diferentes sistemas cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significado utilizando diferentes estructuras numéricas (p.282). Respecto al pensamiento algebraico, Socas (1999) sostiene que el mismo estudia e investiga acerca de: ...los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de los conceptos algebraicos en el sistema educativo y en el medio social... (p.261)

En la línea de investigación Pensamiento Numérico y Algebraico, se desarrolla un foco de indagación y estudio en Educación Matemática sobre los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y utilización de conceptos numéricos, algebraicos y analíticos, tanto en el medio escolar como en el medio social. El campo general en que se desenvuelve la investigación en pensamiento numérico y algebraico comprende el estudio de los diferentes sistemas cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significado utilizando diferentes estructuras numéricas y algebraicas. El marco conceptual, en el que se sitúa el pensamiento numérico y algebraico, contempla la valoración del currículo como un plan de formación con diferentes niveles de reflexión e implementación. Asimismo, hay una marcada preocupación por las cuestiones derivadas de la evaluación escolar. En este marco también encontramos indagación respecto a la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas.

Rico, Castro, Castro, Coriat & Segovia (1997) proponen un modelo funcional para orientar las investigaciones en pensamiento numérico y algebraico. Dicho modelo, representado en la figura 1, está conformado por unos instrumentos conceptuales (sistemas simbólicos estructurados), unos modos de uso de los sistemas simbólicos (funciones cognitivas) y un campo de actuación (fenómenos, cuestiones y problemas).

Un aspecto fundamental en el grupo pensamiento numérico y algebraico lo constituye el desarrollo de investigaciones que involucran calculadoras y computadoras. Al respecto Socas (1999) hace énfasis en el rol trascendente que debe jugar la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Este autor sostiene que la incorporación adecuada de la calculadora puede contribuir a lograr un aprendizaje significativo de los conceptos algebraicos. Por otra parte, también se refiere a la investigación en ambientes computacionales como un dominio emergente que requiere de más investigación dentro del grupo pensamiento numérico y algebraico.

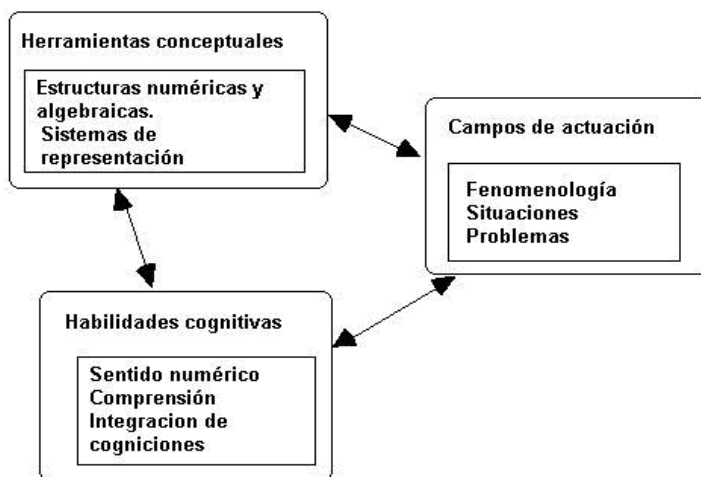


Figura 1. *Modelo de actuación en pensamiento numérico y algebraico*

Fuente: Rico, Castro, Castro, Coriat & Segovia (1997, p.284)

Desde una perspectiva amplia, el marco conceptual en el que se sitúa el Pensamiento Numérico y Algebraico tiene distintas bases (Rico y otros, 1997): Entiende la construcción del conocimiento matemático como un fenómeno social y cultural, cuya importancia para la sociedad tecnológica actual es determinante; tiene en cuenta que la educación matemática desempeña un papel relevante en la transmisión de los significados y valores compartidos en nuestra sociedad; considera críticamente el

conocimiento matemático y las acciones comunicativas mediante las que se transmite.

Su campo de reflexión comienza en la aritmética escolar y las nociones básicas de número, avanza por los sistemas numéricos superiores (enteros, racionales y decimales) y continúa con el estudio sistemático de las relaciones y estructuras numéricas, la teoría de números, el inicio del álgebra, los procesos infinitos que dan lugar al sistema de los números reales y los conceptos básicos del Análisis. Se denomina conocimiento numérico a este modo de priorizar y caracterizar determinadas ramas de la matemática mediante el uso de las herramientas conceptuales que llamamos Estructuras Numéricas. Concibe la investigación como indagación sistemática con fines epistémicos y se entiende que la investigación en Educación Matemática debe sostenerse en la reflexión permanente sobre los problemas de la práctica escolar.

Considera el carácter sistémico de cualquier plan de formación en Matemática dentro del sistema educativo, de manera que uno de los rasgos definitorios de esta línea de investigación es valorar el currículo como un plan operativo con diferentes niveles de reflexión e implementación. Hay gran preocupación por los problemas vinculados a la evaluación escolar en Matemática.

El estudio de las competencias cognitivas que sostienen un dominio significativo de las estructuras numéricas, de su desarrollo y mejora, junto con el diagnóstico y tratamiento de los errores y dificultades en la comprensión de los escolares sobre estas estructuras, proporcionan una fundamentación psicológica a las investigaciones.

Un núcleo de reflexión, trabajo y estudio en esta línea de investigación está conformado por la tensión entre las familias de problemas que dan lugar al conocimiento matemático, los sistemas de signos utilizados para representar conceptos y procedimientos, y los procesos de modelización con los cuales es posible abordar simbólicamente tales problemas.

Uno de los campos de interés principal es la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas. Se considerara que el educador matemático requiere de competencia didáctica para la toma de decisiones fundadas en su práctica profesional.

### **Objetivos Generales de LIPNA**

Estudiar la organización conceptual de sistemas simbólicos de codificación, válidos para la expresión y comunicación de los conceptos y relaciones de una estructura numérica o algebraica y las interrelaciones entre tales sistemas;

Analizar la elaboración y construcción mental de sistemas simbólicos, así como la organización, sistematización y desarrollo de diferentes competencias cognitivas basadas en los campos conceptuales de interés;

Estudiar los modos de abordar, interpretar y, en su caso, responder a una variedad de fenómenos cuestiones y problemas que admiten ser analizados mediante conceptos y procedimientos que forman parte de una estructura numérica o algebraica.

Realizar indagación respecto a la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas.

Desarrollar investigaciones que involucran nuevas tecnologías informáticas (calculadoras, computadoras, etc.).

Generar nuevos enfoques metodológicos para estudiar fenómenos de interés en pensamiento numérico y algebraico.

Utilizar la evaluación de programas educativos como una metodología de investigación que puede contribuir a la toma de decisiones fundadas en programas de formación en educación matemática.

Contribuir al desarrollo de herramientas teóricas y metodológicas para el fortalecimiento de la educación matemática con repercusiones locales, nacionales e internacionales.

### **Aportes de Investigaciones realizadas en LIPNA**

A continuación se presentan resultados de dos investigaciones llevadas a cabo en el marco de LIPNA. La primera de ellas realizada por Ortiz (2002) y titulada: *Modelización y Calculadora Gráfica en la Enseñanza del Álgebra Lineal. Estudio Evaluativo de un Programa de Formación*. En ella se realiza una indagación orientada a profundizar en el conocimiento didáctico de futuros profesores de matemáticas, puesto en práctica como resultado de las competencias adquiridas en un programa de formación soportado en la modelización matemática y la calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra lineal. La segunda investigación (Ortiz, 2004) se titula: *Representaciones y Calculadora Gráfica en la Formación de Preparadores de Matemática*. En este trabajo se analizan las producciones de un grupo de preparadores de matemática que participaron en un programa de formación basado en el uso de los sistemas de representación y la calculadora gráfica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el primer año universitario de una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales

#### **Estudio sobre la enseñanza del álgebra**

El trabajo de investigación que lleva por título *Modelización y Calculadora Gráfica en la Enseñanza del Álgebra Lineal. Estudio Evaluativo de un Programa de Formación* (Ortiz, 2002), se indaga respecto a las competencias didácticas y las actitudes de profesores en formación cuando participan en la implementación de un programa que incorpora la modelización matemática y la calculadora gráfica en el diseño de actividades didácticas de contenido algebraico.

Las conjeturas de partida fueron las siguientes: 1) El programa diseñado desarrolla competencias didácticas del profesor de matemáticas en formación mediante un trabajo con la calculadora gráfica y los procesos de modelización sobre el álgebra lineal y, 2) El programa genera en los futuros profesores de matemáticas cambios de actitudes e incremento de interés por los métodos no tradicionales para la enseñanza.

La finalidad del trabajo es aportar nuevos elementos de análisis en la formación de profesores de matemáticas de manera que se incremente la reflexión sobre este campo con miras a que los planes de formación didáctica de los profesores estén soportados en investigaciones realizadas en ese contexto. Se estudian las actitudes y competencias didácticas de los profesores de matemáticas cuando diseñan actividades de contenido algebraico para potenciales alumnos de secundaria.

#### **Resultados**

Respecto a las competencias didácticas puestas de manifiesto por los profesores en formación, durante la implementación del programa propuesto, algunas de las conclusiones fueron las siguientes:

1. Un incremento apreciable en la habilidad de los profesores para proponer situaciones problema que promuevan el aprendizaje del álgebra lineal mediante procesos de modelización. Las situaciones problema propuestas por los profesores en formación y la incorporación de los procesos de modelización favorecen el aprendizaje de tópicos algebraicos.

2. El dominio de comandos, técnicas y utilidades para utilizar la calculadora gráfica como una hoja de cálculo e introducir las variables y funciones algebraicas, lo cual abre otra forma de abordaje para los problemas algebraicos.

3. Además de mostrar un dominio técnico de la calculadora, los profesores en formación, mostraron capacidad para plantear situaciones donde interrelacionan los conceptos algebraicos involucrados en la situación. Asimismo recurrieron a diferentes maneras de representación de los conceptos y razonamientos matemáticos, lo cual abrió expectativas didácticas para introducir la modelización a los alumnos de secundaria.

4. El criterio manejado por los profesores en formación, al identificar y proponer las

situaciones problema a tratar con sus alumnos, puso en evidencia su comprensión de la riqueza del álgebra lineal como contexto matemático para la descripción, explicación y prescripción de los fenómenos vinculados con las mismas.

5. La forma como los profesores en formación abordaron las diferentes situaciones problema indica que los participantes tenían capacidad para utilizar la modelización e integrar la calculadora gráfica en el contexto algebraico adecuado. Asimismo mostraron su conocimiento de diversas estrategias de resolución de problemas que involucran heurísticos simbólicos, gráficos y tabulares; aspectos todos ellos de gran interés didáctico.

Entre los principales logros y hallazgos referentes a las actitudes tenemos:

1. Los futuros profesores estuvieron de acuerdo en que la inclusión de las actividades de modelización contribuyen a dar significado al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas.

2. Los participantes reflexionaron acerca del papel que ellos tienen en la enseñanza de las matemáticas, fundamentalmente en el sentido que deben contar con conocimientos y competencias didácticas para que los alumnos logren los objetivos de aprendizaje deseados o establecidos en la planificación de las actividades. La competencia didáctica orienta la toma de decisiones en lo concerniente a qué recurso emplear, al cómo y al cuándo recurrir a él en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

### **Estudio sobre la formación de preparadores de matemática**

El trabajo de investigación que lleva por título Representaciones y Calculadora Gráfica en la Formación de Preparadores de Matemática (Ortiz, 2004), indaga respecto a las competencias didácticas de preparadores de matemáticas cuando participan en la implementación de un programa que incorpora las representaciones y la calculadora gráfica en el diseño de actividades didácticas relacionadas con las matemáticas del primer año de universidad en una facultad de ciencias económicas y sociales (FACES). La pertinencia de la investigación procede del reglamento de preparadores vigente en la Universidad de Carabobo (1994), tomando en consideración que en dicho reglamento se le otorga a los preparadores la condición de personal docente en formación, cuya función primordial es colaborar en las labores de docencia e investigación. En nuestro caso específico contribuir con la enseñanza de las matemáticas en FACES, para lo cual ellos no tienen formación didáctica. Tales preparadores son estudiantes de FACES seleccionados mediante un concurso de oposición público donde se toma en cuenta su buen expediente académico y además deben presentar una prueba escrita y una prueba oral ambas diseñadas y aplicadas por un jurado conformado por tres profesores de la Cátedra de matemáticas.

El propósito del estudio es indagar acerca del conocimiento didáctico que desarrollan los preparadores de matemática mediante el manejo e incorporación de la calculadora gráfica en actividades didácticas, y de qué manera lo integran en su conocimiento profesional. También se pretende identificar los criterios que manejan los preparadores de matemática para el uso de los sistemas de representación y de qué manera recurren a ellos. Además, determinar qué potencialidades didácticas brindan los contenidos matemáticos para el establecimiento de vínculos y relaciones entre la calculadora y los sistemas de representación, en la formación de preparadores de matemática.

En el estudio se consideran las producciones de los participantes en relación con el uso de la calculadora gráfica y las representaciones en la enseñanza del álgebra y el cálculo diferencial, el manejo instrumental de la calculadora gráfica y su articulación con las representaciones; así como, el empleo de estos organizadores para planificar tareas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es decir, el conocimiento didáctico del preparador de matemáticas.

A partir del análisis se identificó el desarrollo de habilidades para resolver problemas acudiendo a diversos sistemas de representación y sus conexiones entre ellos, los aspectos de interés

surgidos en la discusión y reflexión sobre los abordajes de los problemas, la valoración crítica de cada parte de la actividad desarrollada, habilidades de comunicación oral y escrita y habilidades para trabajar en grupo. Respecto al apoyo de la calculadora gráfica, como recurso didáctico, se analizó su utilización para la comprensión de los conceptos matemáticos y propiedades en las situaciones planteadas en el diseño de actividades didácticas. También se tomó en cuenta el aprovechamiento de las posibilidades de cálculo, experimentación, visualización y contraste de resultados posibles de efectuar con el uso de la calculadora gráfica.

## **Resultados**

Los preparadores plantearon ejercicios y situaciones del mundo real ajustados a los niveles de las carreras de Administración y Contaduría y cercanas al entorno y dominio de los alumnos a quienes ellos atienden en sus labores docentes. En cuanto los organizadores materiales y recursos, se evidenció competencia en el manejo técnico y didáctico de la CG, y de las opciones que ésta ofrece, otorgándole importancia tanto para el preparador como para el alumno. Se reveló una postura ante la enseñanza de las matemáticas que colocaba al alumno en un plano de sujeto activo, donde éste podría experimentar, conjeturar, formular, resolver, explicar, predecir y contrastar con los demás compañeros y con el preparador. Los preparadores recurrieron a diferentes sistemas de representación y sus interconexiones, lo cual reveló la búsqueda de alternativas para facilitar la comprensión en los alumnos. Exploraron formas de explicar las matemáticas a los alumnos como mecanismo para favorecer la comprensión de los ejercicios y situaciones problema. Se puso en evidencia la integración de las representaciones y la CG en la resolución de problemas para el diseño de las actividades didácticas.

Las producciones de los participantes estuvieron referidas a: 1. La aplicación sistemática de los sistemas de representación en la resolución de ejercicios y problemas, 2. El uso de la experimentación con la CG para la resolución de problemas, 3. La utilización de la calculadora gráfica en la comprensión y resolución de problemas y 4. La utilización de las potencialidades de la calculadora gráfica con fines didácticos. Esto significa que los preparadores mostraron capacidad para incorporar nuevas competencias didácticas en el uso de los sistemas de representación y la calculadora gráfica para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Los preparadores pusieron en evidencia su dominio de aplicación para integrar en la dinámica de enseñanza los sistemas de representación y el uso de la calculadora gráfica.

Los preparadores propusieron problemas reales lo cual podría contribuir al desarrollo de la autonomía intelectual de los alumnos y fomentar el uso de la modelización matemática como una estrategia enriquecedora de sus competencias didácticas. Todo esto fue propuesto teniendo como núcleo fundamental la integración de los sistemas de representación y la calculadora gráfica, pues a lo largo de todo el curso-taller los participantes mostraron producciones en esta dirección.

## **Reflexiones Finales**

El propósito de la línea de investigación pensamiento numérico y algebraico (LIPNA) es la indagación en una multiplicidad de campos con miras a contribuir a la conformación de una educación matemática de calidad. En ese sentido, en la actualidad hay interés manifiesto en la ejecución de proyectos que estén dirigidos a la mejora de la práctica escolar, sin dejar de lado la búsqueda de nuevos abordajes teóricos y metodológicos.

En el primer estudio considerado se puede apreciar la fortaleza metodológica de la evaluación de programas para el estudio de las competencias didácticas de profesores en formación. Se deja constancia de la potencialidad que ofrecen la modelización matemática y la calculadora gráfica en el diseño de actividades didácticas de contenido algebraico.

En el segundo estudio se pone en primer plano la figura del preparador de matemáticas, como un profesor en formación, que podría mejorar su práctica docente si se le incorpora en actividades de formación didáctica, específicamente en los temas de matemáticas que están vinculados a su trabajo práctico.

En ambos estudios se refleja uno de los objetivos de LIPNA, el cual consiste en la necesidad de impulsar la investigación para motivar o generar cambios en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Para continuar la producción científica en LIPNA se hace necesario la conformación de espacios de discusión del pensamiento numérico y algebraico, visto desde diferentes perspectivas y en distintos niveles educativos. De esta manera podría orientarse más a los potenciales investigadores a trabajar en esta línea. En la actualidad se están ejecutando cinco proyectos de maestría y uno de doctorado que están en fases intermedias de desarrollo. Esto genera expectativas e interés por LIPNA y los distintos problemas que se pueden abordar en su marco.

### Referencias

- Ortiz, J. (2004). Representations and Graphic Calculator in Mathematical Teaching. A Study with Calculus Tutors. En J. Böhm (ed.), Proceedings of the Technology and its Integration in Mathematics Education (TIME-2004). Linz (Austria): bk Teachware Series
- Ortiz, J. (2002). Modelización y Calculadora Gráfica en la Enseñanza del Álgebra. Estudio Evaluativo de un Programa de Formación (Tesis Doctoral). Granada, España: Universidad de Granada.
- Rico, L., Castro, E., Castro E., Coriat, M. & Segovia, I. (1997). Investigación, Diseño y Desarrollo Curricular. En L. Rico (Ed.), Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria. Madrid: Síntesis
- Socas, M. (1999). Perspectivas de Investigación en Pensamiento Algebraico. En T. Ortega (Ed.), Actas del III SEIEM (pp.261-282). Valladolid: Universidad de Valladolid/Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Universidad de Carabobo (1994). Reglamento de preparadores. Valencia: Autor. Disponible en: <http://www.uc.edu.ve/>

### EL AUTOR

**Dr. José Ortiz Buitrago**

(Universidad de Granada, España)

Coordinador de Línea de Investigación (LIPNA)

Núcleo de Investigación en Educación Matemática "Dr. Emilio Medina" (NIEM, UPEL Maracay)

Profesor Asociado de la Universidad de Carabobo

Campus La Morita. Maracay, Venezuela

E-mail: ortizjo@cantv.net

### Datos de la Edición Original Impresa

Ortiz Buitrago, J. (2004, Junio) Línea de Investigación pensamiento numérico y algebraico (LIPNA) *Paradigma*, Vol.XXV. N° 1, Junio de 2004 /225-239