SISTEMA DE TAREAS DOCENTES PARA LA FORMACIÓN DEL CONCEPTO DE DERIVADA

Cila Eduviges Mola Reyes
cila.mola@reduc.edu.cu
Reinaldo Sampedro Ruiz
reinaldo.sampedro@reduc.edu.cu
Mario González Rey
mario.gonzalez@reduc.edu.cu
Juan Osmel Travieso Gutiérrez
Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz", Cuba

Recibido: 08/02/2018 **Aceptado:** 12/04/2018

Resumen
En las condiciones actuales de la modalidad semipresencial de las carreras de ingeniería de la Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz", y con el insuficiente nivel de preparación de los estudiantes que ingresan a estos, es posible diseñar un sistema de tareas docentes sustentado en la teoría de la actividad de Leontiev y de Vigosky, que favorezca la formación del concepto de derivada de una función de una variable real. La propuesta del sistema de tareas constituye una herramienta que permite al profesor de Matemática I, organizar en las diferentes actividades de las clases encuentros en las cadenas temáticas del tema, el desarrollo y formación del concepto según lo estime y lo precise, teniendo presente las exigencias didácticas para un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador y educativo. Se sometió la propuesta a la valoración de los profesores de Matemática que por años han impartido la asignatura, con el objetivo de determinar su nivel de competencia y a partir de aquí procesar estadísticamente los resultados, y así permitir conocer la viabilidad del sistema de tareas.
Palabras Clave: sistema de tareas, concepto de derivada, modalidad semipresencial.

SYSTEM OF TEACHING TASKS FOR THE FORMATION OF THE CONCEPT "DERIVED"

Abstract:
In the current conditions of the blended modality of the engineering careers of the University of Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz", and with the insufficient level of preparation of the students who enter these, it is possible to design a system of teaching tasks based on the Theory of the activity of Leontiev and Vigosky, which favors the formation of the concept of derivative of a function of a real variable. The proposal of the task system is a tool that allows the teacher of Mathematics I, to organize in the different activities of the classes meetings in the thematic chains of the topic, the development and formation of the concept according to the estimate and the need, keeping in mind the requirements didactic for a process of teaching, learning, developer and education. The proposal was submitted to the assessment of the mathematics teachers who for years have taught the subject, with the aim of determining their level of competence and from here to statistically process the results, and thus to know the feasibility of the task system.
Keywords: task system, concept of derivative, blended modality.

Introducción

La época contemporánea está caracterizada por un acelerado desarrollo de la ciencia y la técnica, demandando de las nuevas generaciones una preparación para vivir en un mundo sometido a continuos cambios. Es por ello que el proceso de enseñanza aprendizaje, a tenor de la revolución científica técnica y de sus vínculos con los problemas globales y las tendencias del desarrollo contemporáneo, precise de nuevos enfoques, signados por la dinámica acelerada de la producción de saber, y consecuentemente, por la creación constante de nuevos campos de la ciencia y la tecnología, y los correspondientes vínculos sistémicos que se producen entre los mismos.

Constituye una prioridad, dentro de las orientaciones curriculares del sistema de enseñanza cubano, lograr que los futuros profesionales dominen los conceptos y métodos (analíticos y numéricos) de la Matemática; comprendan cómo se reflejan las distintas relaciones de diversos fenómenos y procesos; los utilicen para interpretar modelos ya creados y modelar matemáticamente problemas de índole técnico. Inferir conclusiones acerca de lo estudiado a partir del modelo matemático utilizado y el análisis de la respuesta obtenida con el medio de computo disponible, además, desarrollar su capacidad para el trabajo independiente y que adquieran conocimientos de Matemática que se necesitan en otras disciplinas.

Sin embargo, no obstante ser los conceptos matemáticos parte importante de las teorías, y ser el centro de atención, así como el conocimiento de su significado, la reproducción de los mismos con sus propias palabras y la aplicación a situaciones sencillas para el logro de su comprensión en las investigaciones en el campo de la didáctica de las matemáticas, reflejan que los estudiantes confrontan dificultades para la comprensión, asimilación, interpretación y aplicación a situaciones concretas, de los conceptos básicos relativos a diferentes tópicos de las asignaturas.

La apropiación de los conceptos matemáticos por los estudiantes, es uno de los aspectos donde se manifiestan deficiencias notables. Investigadores a nivel internacional (Jungk (1979), Galperin (1979), Mederos (1990), Ballester (2002), Godino (2002), González (2006), Millar (2008)), desde diferentes dimensiones tratan de solventar las dificultades relativas a la formación conceptual. Sin embargo, el bajo rendimiento académico de los estudiantes permanece en la actualidad.

Entre las dificultades encontradas se pueden señalar: Falta de elementos en el contenido de la enseñanza que le permitan al docente y el estudiante completar aquellos necesarios para expresar la definición, que aseguren su carácter científico y consecuentemente contribuyan a la comprensión del alumno. Se dan "definiciones" incompletas, que solo contienen rasgos externos, no esenciales, o rasgos esenciales aislados sin establecer su vínculo con otros que deberán aparecer en la definición.

Esta problemática se refleja en los informes del Departamento de Matemática de la Universidad de Camagüey donde se constata que existen dificultades en la preparación metodológica de la disciplina Matemática en la modalidad semipresencial, en la eficiencia para el desempeño de su gestión y en particular en el trabajo con los conceptos. Lo que se evidencia en las siguientes dificultades:

1. Las vías que seleccionan los docentes para formar los conceptos, son las que brindan la posibilidad de darle el concepto acabado al estudiante y no la realización de un estudio profundo del mismo.

2. Se aprecia poca graduación del sistema de actividades, que el alumno debe realizar con el concepto.

3. Las tareas o ejercicios que se emplean para trabajar con los conceptos son únicos para todos los estudiantes.

4. No se utilizan las potencialidades que brindan los paquetes profesionales matemáticos para la formación conceptual, al poder trabajar un conceptos de desde diferentes registros de representación.

5. No se realiza un trabajo sistémico, sistemático e integrado del colectivo de profesores que imparten la asignatura, en función de la creación de estrategias comunes para el trabajo con los conceptos y procedimientos matemáticos.

De lo anterior se puede considerar, que en la práctica pedagógica prevalece el enfoque tradicionalista de la enseñanza y no se explotan suficientemente todas las potencialidades del proceso de enseñanza aprendizaje, para asegurar el aprendizaje del contenido matemático en los estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería en la modalidad semipresencial. Esto representa una situación no resuelta que provoca una contradicción, entre el estado real que poseen los estudiantes y el deseado por la sociedad y los tiempos actuales. En virtud de lo anterior, se impone analizar cómo favorecer el proceso de formación del concepto de derivada de funciones de una variable real en los estudiantes de primer año de Ingeniería en la modalidad semipresencial.

Desarrollo

En la Resolución 210 del 2007 del Ministerio de Educación Superior en Cuba, se plantea que el trabajo docente metodológico en la modalidad semipresencial debe garantizar un modelo de formación que estimule el progreso y en el cual no tengan cabida ni el desaliento ni el fracaso. Este modelo determinado por cuatro aspectos esenciales:

- Formación integral, con mayor énfasis en la actividad independiente del estudiante
- Un sistema de actividades presenciales, que posibiliten al estudiante sentirse acompañado, guiado, por sus profesores.
- Empleo intensivo de los medios de enseñanza.
- Adaptable en intensidad, a las características de los estudiantes y a los recursos tecnológicos disponibles. (Horruitiner, 2007)

Lo anterior hace evidente la disminución del número de horas presénciales en los cursos, manteniendo iguales objetivos, contenidos y niveles de calidad, lo que exige de un cuidadoso trabajo metodológico que permita decidir el contenido a abordar en ese corto tiempo, y basados en el apoyo de teorías ya existentes aplicadas al proceso de enseñanza aprendizaje.

En esta concepción, el PEA se debe desarrollar de tarea en tarea hasta alcanzar el objetivo más trascendente, es decir, el logro de un objetivo, que implica la transformación sucesiva de la personalidad del estudiante y futuro egresado. Motivo por el cual se deben priorizar las estructuras estables del contenido, que constituyen los núcleos necesarios y suficientes para alcanzar los objetivos establecidos, con el apoyo del trabajo independiente que es posible a partir de dichas estructuras.

La tarea docente debe abordar de modo intencional los diferentes saberes en una interrelación sistémica donde lo educativo, lo instructivo y lo desarrollador se integren coherentemente. La propuesta y solución de las tareas docentes deben implicar la realización de acciones individuales y colectivas como método de trabajo con las mismas, así como las tareas docentes deben ser variadas, suficientes y diferenciadas. (Silvestre, 2000)

Sin embargo, en el PEA de la Matemática I en la modalidad semipresencial, se manifiesta varios problemas, de índole general y que se arrastran en la enseñanza universitaria, entre los que podemos citar por su relevancia los siguientes.

- Falta de una comprensión conceptual, lo que se refleja al operar con entes cuyo significado se desconoce o con algoritmos que se aplican sin saber de dónde provienen.
- La incapacidad para aplicar conceptos y modelos a situaciones dadas, de traducir un problema de la realidad a uno matemático, en definitiva, de poner los conocimientos y habilidades en acción.

- Los alumnos se limitan a memorizar un conjunto de criterios y técnicas que, de estar contextualizados, tendrían mucho más significado para ellos.
- Desconocimiento de la utilidad y el carácter instrumental de los conocimientos matemáticos.

De lo anterior se evidencia la necesidad de lograr una representación adecuada de los modelos asociados a los conceptos, para garantizar una orientación precisa hacia una mejor comprensión del concepto, donde intervengan instrumentos, materiales educativos u otros medios que proporcionen la manera de visualizar y utilizar todo este sistema de símbolos, formas, objetos, modelos, para lograr una asimilación correcta del concepto en los alumnos.

Diversas son las investigaciones que expresan las dificultades existentes en la conceptualización de los procesos subyacentes al límite en la noción de derivada y en la resolución de problemas de aplicación del concepto de derivada (Sierpinska, 1996; Font, 2003). Estas investigaciones han enmarcado la enseñanza y el aprendizaje de este concepto en dos tendencias fundamentales. En una de ellas predomina la organización del contenido clásico como se estructura en el Análisis Matemático para finalmente buscarle sus aplicaciones, y en la otra, el contenido se genera a través de la necesidad de resolver problemas prácticos, de modo que los conceptos básicos se forman a partir del problema de la tangente o de su significado físico.

En ambas tendencias son visibles al enfoque algebraico, el numérico, el formal, el infinitesimal y el de la aproximación afín local, en la segunda tendencia se distinguen básicamente los enfoques geométricos y el variacional. El enfoque computacional, no necesariamente se ajusta a alguna de las tendencias anteriores, sino que está más influenciado por el uso de los medios electrónicos en la enseñanza, no obstante, merece especial atención pues ha cobrado mucho interés en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Al abordar esta temática se ha considerado que los obstáculos que se presentan en la comprensión de un concepto pueden tener diferentes orígenes: epistemológico, didáctico y ontogénico (consideran las características del desarrollo del estudiante). (Brousseau, 1983)

Se considera que de forma general algunas de las ideas previas o preconceptos con la que los estudiantes se enfrentan al concepto de derivada, son las siguientes**:**

- En los **obstáculos epistemológicos**, los conceptos que posee el estudiante de diferentes objetos y fenómenos a través de los cuales estudiará el nuevo objeto o fenómeno, resultan más difíciles de combatir ya que el concepto que las origina es correcto, pero en muchos casos se opone a la adquisición del nuevo conocimiento, y por consiguiente no puede ser eliminado de la experiencia del estudiante.

Por ejemplo, en la formación del concepto de derivada por la vía geométrica, unas de las dificultades es la concepción griega de tangente formada en los estudiantes desde la escuela elemental. Esta concepción obstaculiza el paso de una concepción global (propia de la Geometría Euclidiana) a una concepción local (propiedad fundamental del cálculo), por la dificultad de aceptación de que la recta (además de tocar) pueda cortar a la curva y ser tangente en la zona del corte. Además, también es de difícil comprensión para los estudiantes de que por medio de una sucesión de secantes se obtenga realmente la tangente.

Otras de la barrera difícil de rebasar por los estudiantes es la que se desprende de las consideraciones de la derivada como un límite. Es generalizada la tendencia a evadir los procesos infinitos, y a rechazar el paso al límite como una nueva operación matemática, además de considerar el límite sólo como una aproximación que se obtiene simplemente evaluando a la función en el punto deseado.

- Los **obstáculos de origen didáctico** son el resultado de una inadecuada dirección del proceso de asimilación de los conceptos y como consecuencia de métodos de trabajo incorrectos, crean ciertos hábitos que terminan por restringir la flexibilidad del pensamiento de los estudiantes.

  Por ejemplo: En el estudio de las funciones polinómicas se tratan funciones de segundo grado que poseen asíntotas verticales. Sin embargo, paralelamente al analizar sus características, se afirma que el dominio de la misma son todos los números reales. Esta imagen errónea causa problemas en el estudiante al tener que dibujar el grafico de la función derivada como si fuera una función cúbica, puesto que, este dibujo de la función cuadrática entra en conflicto con el conocimiento analítico que tiene el estudiante de la derivada de una función cuadrática que debería ser una línea recta.

- **Obstáculos ontogénicos** (a veces llamados obstáculos psicogenéticos): son debidos a las características del desarrollo del estudiante.

De lo anteriormente expuesto los autores consideran que para lograr la formación conceptual y el desarrollo de la generalización teórica en el estudiante que arriba a la universidad, se hace necesario tener en cuenta los preconceptos a fin de crear las condiciones didácticas que permitan a estos preconceptos de los estudiantes evolucionar en conceptos científicos.

Por otra parte, a través de un análisis de los programas, planes de estudio y entrevistas a profesores del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Camagüey se evidenció el uso de lógicas diferentes en la organización didáctica del PEA del Tema Derivada, las cuales abarcan un espectro que se extiende desde la lógica de la ciencia natural que engendra el contenido hasta la lógica de la solución de un problema, atendiendo a: formas convencionales de estructurarlos en libros de textos, por la experiencia profesional del profesor, por la forma en que los recibió el propio profesor. Sin embargo esta estructuración del contenido poco ha contribuido a la comprensión de los conceptos.

Para la introducción del concepto en sus diferentes versiones, en general se contempla el tratamiento de la complejidad semiótica asociada a las notaciones utilizadas en las definiciones de los objetos f´(a) y f´(x).

Por ejemplo, siguiendo la génesis histórica del concepto: la derivada antes del límite, se recurre por algunos profesores a: definir primero el macro objeto f´(a) y después el macro objeto f´(x), o definir primero el objeto f´(x) y después el objeto f´(a).

Por otro lado, para la propuesta de introducir el concepto de límite antes de la derivada se considera por un lado seguir la lógica de definir primero el objeto f´(x) y posteriormente el objeto f´(a) siguiendo la secuencia de partir de la idea intuitiva que tienen los estudiantes del concepto de pendiente a una curva y, a partir de ahí, propone una técnica para calcularla, que es la función gradiente o función pendiente de la función f(x) para un incremento h.

Investigadores como Duval (1999), mostraron que a partir de la introducción del concepto de derivada a través de múltiples representaciones, los alumnos no tienen la misma comprensión del concepto en el modo analítico que en el modo gráfico. Concluyen que la representación algebraica de una función dominó la forma de pensar de la mayoría de los alumnos; esto se dio como consecuencia de que las definiciones matemáticas son tradicionalmente analíticas y crean un obstáculo en las mentes de los estudiantes.

Los autores consideran que a pesar de que las diferentes direcciones descritas proporcionan un abanico de posibilidades para diseñar el tema partiendo de una reflexión rigurosa sobre la historia y epistemología de los objetos f(x), f´(a) y f´(x), en cuanto a su enseñanza, se sigue básicamente un tratamiento “tradicional” donde en un encuentro a partir de su definición abstracta, se estudian sus propiedades y reglas de cálculo, para luego enfrentarlos a ejercicios algorítmicos, aspecto al cual se le dedica la mayor atención.

Al respecto Badillo (2003), posición con la cual concuerdan los autores, plantea que

> Pero tal tipo de introducción es la causa de la falta de comprensión de las ideas fundamentales del cálculo por parte del alumno, ya que se pierde en la precisión matemática, las demostraciones rigurosas y en un lenguaje formal impecable. De esta manera tenemos muchos alumnos de Cálculo que saben manejar métodos, definiciones y reglas en forma rutinaria, sin comprender el sentido de esas operaciones, reproduciendo los pasos, por ejemplo, de los métodos de diferenciación e integración, más de memoria que en forma significativa

Se realizó la observación a clases obteniéndose que:

- ✓ Generalmente el profesor es el protagonista de la actividad, se inclinan mucho más fácil por la enseñanza de los conceptos que no resulten complicada sus representaciones, como los algebraicos.
- ✓ Se aprecia poca graduación del sistema de actividades que el alumno debe realizar con el concepto.
- ✓ Se le da al estudiante una definición acabada, con un pobre análisis contextual del concepto.
- ✓ El maestro se anticipa a la ayuda y sustituye el trabajo independiente del alumno, no permitiéndole llegar al conocimiento y su aplicación; no estimula el desarrollo, sino la tendencia a encontrar una respuesta a repetir.
- ✓ Poca o nula utilización de la computadora dentro de este proceso.
- ✓ Los ejercicios de aplicación no son vinculados con la profesión.
- ✓ Poco desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento y de formas de actividad colectiva que propicien estimular el desarrollo intelectual, logrando la adecuada interacción entre lo individual y lo colectivo y el planteamiento de sus puntos de vista y valoraciones.
- ✓ Las tareas planteadas por lo general, carecen de variedad en los ejercicios.
- ✓ Los estudiantes se comportan de forma pasiva; son reproductivos y muestran muchas dificultades en la solución de problemas.

Se hizo la revisión de los exámenes parciales del Tema Derivada (18), Extremos (18) y 30 del examen final) detectándose como insuficiencia el uso de representaciones y modelos de estos conceptos como vía para la identificación y aplicación de ellos.

Los resultados obtenidos brindan con claridad la insuficiencia que existe hoy en el aprendizaje de conceptos matemáticos en la Modalidad Semipresencial. Por otra parte se destaca que las dificultades existentes en los alumnos en el aprendizaje de estos conceptos, están relacionadas con un deficiente empleo de materiales didácticos que contribuyan a la búsqueda del conocimiento por el estudiante, desde posiciones reflexivas, que estimule y propicie el desarrollo del pensamiento y la independencia en el estudiante; acciones para la búsqueda de la definición del concepto tratado, con ayuda de un recurso didáctico y metodológico que permita su uso.

Con el objetivo de proponer un sistema de tareas docentes para la formación de conceptos de derivada en el PEA en la modalidad semipresencial, los autores conciben el Sistema de tareas: como un conjunto de actividades y operaciones estructuradas para favorecer determinados procesos de aprendizaje ya que el conjunto de actividades desarrolladas por el profesor en el aula configura un contexto específico que propicia un determinado proceso de aprendizaje y no otro.

Se asumen las concepciones de Blanco (1998) en cuanto al rol que ocupa la relación símbolo-objeto para la formación conceptual, la cual se lleva a cabo a través de los registros de representación semiótica y que se consolida a través de la identificación y representación del objeto en diferentes semióticas.

Además, para caracterizar la construcción de la comprensión del concepto Derivada los autores se apoyan en la Teoría APOE (Acción, proceso, objetos, esquema) de Dubinsky (1996), ya que permite en primer lugar, estructurar el concepto matemático, que es objeto de estudio, desde la disciplina matemática; en segundo lugar, sirve de base para el diseño de la instrucción. Es decir, orienta la organización del contenido a enseñar y el diseño de tareas y actividades para que los estudiantes alcancen la construcción del concepto matemático. De igual forma se convierte en una herramienta metacognitiva para el profesor sobre el proceso de enseñanza, ya que le proporciona categorías analíticas para observar el desempeño de los estudiantes.

En la Teoría APOE, autores como Dubinsky (1996), propone los siguientes niveles para la construcción de los conceptos matemáticos:

Acción. Este nivel marca el principio crucial del entendimiento de un concepto. Una acción se equipara con cualquier operación mental o física repetible que transforma de alguna manera un objeto físico o mental. Esto ocurre como reacción a un estímulo el cual es percibido como externo. Un ejemplo de acción es cuando se necesita obtener la expresión algebraica de la función para obtener la función derivada, y posteriormente, el valor de la derivada en un punto.

Proceso. Es la interiorización de una acción a través de una secuencia de repetición y por la cual se vuelve una construcción interna. La acción ya no se maneja por influencias externas. Font (2003) cita como ejemplo en el tema de derivada, el considerar el proceso de aproximar las tasas medias de variación de una función cuando h tiende a cero, con el objeto derivada como el límite. En este caso se asocia el proceso dinámico de hallar las tasas medias de variación (que está formado por una clase de objetos) con el objeto límite (estático), se dice que se ha encapsulado el proceso de encapsular las tasas medias de variación en el objeto función derivada como un límite.

Objetos. Un objeto es "cuando un individuo reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso en particular, toma conciencia del proceso como un todo, realiza aquellas transformaciones (ya sean acciones o procesos) que pueden actuar sobre él, y puede construir de hecho esas transformaciones. Por ejemplo: Coordinan las representaciones de la función y la función derivada, y hacen traducciones entre diferentes representaciones de la función derivada.

Esquema. Finalmente, las acciones, procesos y objetos se relacionan consciente o inconscientemente en la mente de un individuo en una estructura coherente que pueden ser empleados en la solución de una situación problemática que involucre un área de las matemáticas.

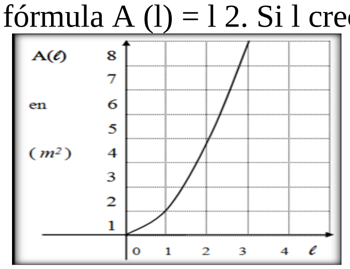
Para la propuesta de ejercicios se han tenido en cuenta las siguientes fases:

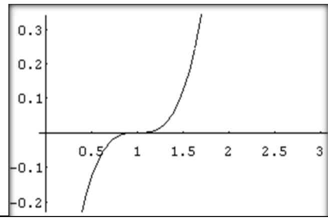
- Ejercicios preparatorios.
- Formación del concepto.
- Asimilación del concepto
- Evaluación

Ejemplos de tareas.

<table>
<tr><th colspan="2">Componentes de la Consideraciones y Ejercicios Preparatorios</th></tr>
<tr><td>Actividad</td><td>Ejercicios</td></tr>
<tr><td>El cambio</td><td>1. Un automóvil está provisto de un velocímetro graduado en metros por segundo (m/s). En los primeros 30 segundos de un recorrido el velocímetro marcó las velocidades indicadas en la siguiente tabla.
<table>
<tr><td>Tiempo t(s)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>22</td><td>24</td></tr>
<tr><td>Velocidad (m/s)</td><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>17</td><td>26</td><td>35</td><td>40</td><td>40</td><td>35</td><td>30</td><td>30</td></tr>
<tr><td>Cambio de v(s)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
a) Calcule los cambios de la velocidad y analice su comportamiento
b) Obtenga los cambios de los cambios de la velocidad ($\Delta\Delta v$) y analice cómo se comportan
c) Represente en un gráfico a $v(t)$, Δv, $\Delta\Delta v$</td></tr>
</table>

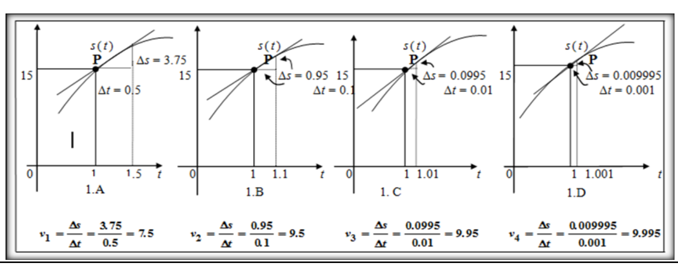
Medida del cambio	2. Para cada uno de los incisos siguientes obtenga una fórmula de una función que satisfaga: a) Que Δs = 0 para cualquier Δt, y s(0)=3/2 b) Que Δs = Δt para cualquier Δt, y s(0)=10 c) Que Δ s = -2Δt para Δt = 1, y que s(0)=5
Comportamiento del cambio	3. Es importante en los problemas anteriores que los alumnos: a) Usen una notación adecuada para establecer tantos los cambios de la función como de la variable independiente. b) Puedan diferenciar en cada intervalo como y cuanto cambia la función con respecto a la variable independiente. c) Sepan que la diferencia en el comportamiento de los cambios viene dada por la función que representa al problema.

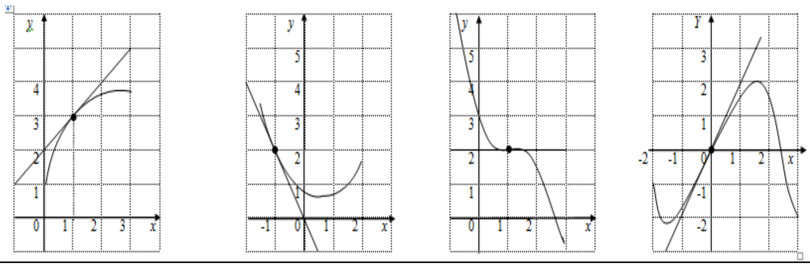
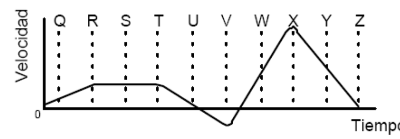
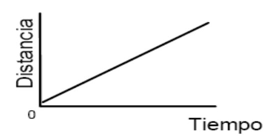
Componentes de la Formación del Concepto Derivada	
Actividad	Ejercicios
La velocidad media	Resuelve los siguientes problemas. 1. El área A de cualquier cuadrado es función de su lado l y está dada por la fórmula A (l) = l 2. Si l crece entonces el área también crece. Ver Figura.  2. Conteste lo que se pide a) ¿En qué intervalo crece con mayor rapidez el área del cuadrado? b) Cuando l cambia de 0 a 1 metro. c) Cuando l varía de 1 a 2 metros. d) Cuando l aumenta de 2 a 3 metros. e) ¿La rapidez con que crece el área es constante o también cambia? Nota: Llegar con los alumnos que la velocidad media no es más que el módulo de la razón del cambio de distancia entre el cambio del tiempo. Velocidad media = cambio de distancia/cambio de tiempo
Como cambia la velocidad media	Un objeto se mueve de acuerdo con la fórmula s (t) = $t^3 – 3t^2 + 3t – 1$. (s en metros y t en segundos). Observe la gráfica de la figura siguiente. Luego obtenga la rapidez

<table>
<tr><td></td><td>media con que se mueve el objeto a intervalos de 0.25 segundos y analice cómo cambia la rapidez media.


Nota: Es importante saber que en la vida moderna los cambios no se miden por intervalos sino en instantes específicos por lo que es interesante saber cómo serían estos en un instante dado.</td></tr>
<tr><td>La velocidad instantánea</td><td>Un cuerpo se mueve de tal forma que la relación entre las distancias que recorre respecto del tiempo está dada por la fórmula $s(t) = 20t - 5t^2$, ¿cuál es la velocidad de este cuerpo exactamente en t = 1 segundo?
a) ¿A qué resultado llegó?
b) ¿Por qué, crees que llegó a tal resultado?
c) ¿Crees entonces imposible calcular la velocidad exactamente en un instante?
d) ¿Habrá algún método que permita calcular la velocidad instantánea?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Componentes de la Asimilación del Concepto</th></tr>
<tr><th>Actividad</th><th>Ejercicios</th></tr>
<tr><td>Poder indicar ejemplos para el concepto tratado, esto es, deben identificar con el concepto, objetos conocidos de su medio circundante o de su actividad.</td><td>Menciona algunos ejemplos particulares del concepto de derivada.</td></tr>
<tr><td>Conocer y utilizar correctamente la denominación del concepto, es decir, la palabra o el símbolo correspondiente</td><td>Observe las gráficas y conteste las siguientes preguntas.

a) La recta que más se aproxima a la curva cerca del punto P es la ___________________que pasa por ese punto.</td></tr>
<tr><td>Interpretación geométrica de la velocidad instantánea</td><td>Los alumnos deben recordar que la velocidad instantánea es imposible de ser calculada aplicando la noción de velocidad media pues ya se constató que el hacerlo conduce a una indeterminación. Sin embargo, la exploración de lo que sucede con las velocidades medias por medio de acercamientos a t= 1, tanto por la derecha como por la izquierda, proporciona una información muy valiosa.

</td></tr>
</table>

Estar en condiciones de indicar contraejemplos y de fundamentar por qué estos no pertenecen a la extensión del concepto.	Obténgase la pendiente y la ecuación de las tangentes a las curvas mostradas. 
Conocer la definición del concepto, ocasionalmente también varias definiciones y comprender su equivalencia	¿Cuándo es más negativa la aceleración? a) Desde R hasta T. b) Desde T hasta V. c) En V. d) En X. e) Desde X hasta Z. 
	La figura siguiente muestra la gráfica del movimiento de un objeto. ¿Cuál de las siguientes es la mejor interpretación? a) El objeto se mueve con una aceleración constante y distinta de cero. b) El objeto no se mueve. c) El objeto se mueve con una velocidad que aumenta uniformemente. d) El objeto se mueve a velocidad constante. e) El objeto se mueve con una aceleración que aumenta uniformemente. 

Componentes de la Evaluación	
Componentes	Ejercicios/Problemas
Poder indicar ejemplos para el concepto tratado, esto es, deben identificar con el concepto, objetos conocidos de su medio circundante o de su actividad.	1.- Identifica los ejemplos particulares del concepto de derivada. a) Distancia, tiempo, altura. b) Combustión, movimiento, caída. c) Velocidad, pendiente, intensidad de la corriente. d) Variable, función, continuidad. e) Otras:
Conocer y utilizar correctamente la denominación del concepto, es decir, la palabra o el símbolo	2.- Si se pide obtener la derivada de la función: $s(t)=1/2gt^2$, donde g es una constante. ¿Cómo se escribe la derivada de s(t)? $dt/ds=2gt$ $ds/dg= 2t$ $dy/dx=2gt$ $dz/dt=gt$ Otras

Poder nombrar propiedades del concepto	4.- ¿Cuáles son las propiedades invariantes del concepto derivada? a. Es un límite. Es una tangente. Es una operación. b. Es una función. Es cambio instantáneo. Es un cociente. c. Existe para funciones continuas. Es razón de cambio en un punto. Es un límite. d. Es una pendiente. Es una velocidad. Es un cambio. e. Otras:

Conclusiones

1. Se fundamentó la necesidad de investigar cómo potenciar la formación y desarrollo del concepto de derivada de una función, en la modalidad semipresencial.
2. Con la aplicación de los métodos de investigación, se pudo conocer que el proceso de formación del concepto de derivada en el a proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática I en los estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería de la modalidad semipresencial (CPT) en la Universidad de Camagüey, presenta dificultades, la cual no ha resuelta con el paso de los diferentes planes de estudios.
3. La propuesta del sistema de tareas constituye una herramienta que permite al profesor de Matemática I, organizar en las diferentes actividades de las clases encuentros en las cadenas temáticas del tema, el desarrollo y formación del concepto según lo estime y lo precise, teniendo presente las exigencias didácticas para un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador y educativo.
4. La investigación dio la posibilidad de fundamentar teniendo en cuenta las tres fases señaladas, el sistema de tareas dirigido a la formación y desarrollo del concepto de derivada.

Referencias

Badillo, E. (2003). *La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de Matemática de Colombia*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad Autónoma de Barcelona.

Ballester, S. (2002). *El transcurso de las líneas directrices en los programas de matemática y la planificación de la enseñanza*. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Blanco, R (1998): *Subsistema didáctico de la disciplina Matemática para las ciencias técnicas, fundamentado en las leyes de la asimilación*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad Camagüey, Cuba.

Brousseau, G. (1983). Los obstáculos epistemológicos de los problemas en la Matemática.

Duval, (1999). Los registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Revista investigación en matemática educativa II.* Pág. 173-201.Mexico.

Dubinsky, E. (1996). Aplicación de la perspectiva piagetana a la educación matemática universitaria. *Educación Matemática*. No. 8(3).

Font, V. (2003). Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor. El caso de las gráficas de funciones. *Enseñanza de las ciencias*. Vol. 21 (39).

Galperi, P. Ya. y Danilov, V. L. (1979). *Educación del pensamiento sistemático en el proceso de solución de pequeños problemas de creación*. Cuestiones de Psicología. Editorial Orbe, Ciudad de La Habana.

Godino, J. (2000). Significado y comprensión en matemáticas. *UNO* 25, 77-87.

González, B. (2001). *La preparación del profesor para la utilización de la modelación matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Villa Clara.

Horruitiner, P. (2007). *El reto de la calidad en la educación superior cubana*. Documento impreso. UC.

Jungk W. (1979): *Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática I.* Primera Parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.

Mederos, O. (1990). El concepto de algunas operaciones sobre la base de los mismos. *Revista Cubana Educación Superior*. No. 1.

Miyar, I. (2008). *Metodología para el perfeccionamiento conceptual de estudiantes universitarios en el Álgebra Básica con el empleo de las tecnologías de la información y las comunicaciones*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad Camagüey, Cuba.

Silvestre, M. y Zilberstein, J. (2000). *¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje?* Ediciones CEIDE, México.

Sierpinska, A. (1996). *Razonamiento analítico versus razonamiento sintético en Algebra Lineal o cómo un problema de comunicación se en un problema de significado*. Investigación y Didáctica de las Matemáticas.

Autores

Cila Mola Reyes. Dra. en Ciencias Pedagógicas.
Profesor Auxiliar. Máster en Enseñanza de la Matemática.
Profesor investigador del Departamento de Matemática.
Facultad de Informática de la Universidad de Camagüey.
Miembro del Comité de Maestría en Enseñanza de la Matemática.

Reinaldo Sampedro Ruiz. Dr. en Ciencias Pedagógicas.
Máster en Enseñanza de la Matemática. Profesor investigador del
Departamento de Matemática, Facultad de Informática de la Universidad de Camagüey.
Miembro del Comité de Maestría en Enseñanza de la Matemática.

Mario González Rey. Profesor adjunto de matemática
Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte Loynaz”
Licenciado en la especialidad de Matemática. Máster en Enseñanza de la Matemática.

Juan Osmel Travieso Gutiérrez. Profesor adjunto de matemática de la
Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte Loynaz”.
Ingeniero Eléctrico y Máster en tecnologías para la educación