

MODELIZACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS: un análisis de las contribuciones de software en la enseñanza superior

Sani de Carvalho Rutz Da Silva (*)

sani@utfpr.edu.br

Renata da Silva Dessbesel (*)

renatadessbesel@utfpr.edu.br

Maria Ivete Basniak ()**

basniak2000@yahoo.com.br

(*) *Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR; Campus Ponta Grossa)*

(**) *Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR; Paranavaí), Brasil*

Recibido: 11/03/2018 **Aceptado:** 23/04/2018

Resumen

Este estudio tuvo como objetivo analizar las contribuciones de la modelización matemática articulada con el uso de software para el proceso de enseñanza y aprendizaje de estudiantes en la educación superior. La Modelización Matemática es entendida como una alternativa pedagógica que posibilita discusiones a partir de situaciones reales y del interés de los estudiantes. En relación con las tecnologías nuestra perspectiva se basa en el uso inteligente del ordenador como una herramienta que exige un posicionamiento crítico de los sujetos involucrados. Analizamos tres actividades desarrolladas por estudiantes del segundo período del Curso Ingeniería Forestal, en los semestres lectivos 2015/1 y 2016/1 en la disciplina de Cálculo A. De esta forma, en el contexto proporcionado a los estudiantes de las clases de Ingeniería Forestal bajo la óptica de la Modelización Matemática y el uso de Software fue posible constatar por medio de las observaciones, del resultado de los proyectos y en el rendimiento académico de ellos, la postura crítica, el planteamiento de interrogantes y la discusión constante. Así podemos concluir que Software aliados a una propuesta de Modelización Matemática propician un ambiente favorable a la construcción del conocimiento de Matemáticas, además de proporcionar autonomía y creatividad en el desarrollo de las actividades. **Palabras Clave:** Modelización. Enseñanza de Matemáticas. Software.

MODELAGEM NO ENSINO DE MATEMÁTICA: uma análise das contribuições de Software no ensino superior

Resumo

Este estudo teve como objetivo analisar as contribuições da modelagem matemática articulada com o uso de Software para o processo de ensino e aprendizagem de alunos no ensino superior. A Modelagem Matemática é entendida como uma alternativa pedagógica que possibilita discussões a partir de situações reais e do interesse dos alunos. Em relação as tecnologias nossa perspectiva baseia-se no uso inteligente do computador como uma ferramenta que exige uma postura crítica dos sujeitos envolvidos. Analisamos três atividades desenvolvidas por alunos do segundo período do Curso Engenharia Florestal, nos semestres letivos 2015/1 e 2016/1 na disciplina de Cálculo A. Desta forma, no contexto proporcionado aos alunos das turmas de Engenharia Florestal sob a ótica da Modelagem Matemática e o uso de Software foi possível constatar por meio das observações, do resultado dos projetos e no rendimento acadêmico deles, a postura crítica, o levantamento de questões e a discussão constante. Assim podemos concluir que Software aliados a uma proposta de Modelagem Matemática trazem um ambiente favorável a construção do conhecimento de Matemática, além de proporcionar autonomia e criatividade

no desenvolvimento das atividades. **Palavras Chave:** Modelagem. Ensino de Matemática. Software.

MODELING IN MATHEMATICS TEACHING: a software contributions analysis in higher education

Abstract

This study aimed to analyze the contributions of mathematical modeling articulated using software for teaching and learning process of higher education students. Mathematical Modeling is understood as a pedagogical alternative that enables discussions based on real situations and student's interests. Regarding technologies, our perspective is based on the intelligent computer use as a tool that requires a critical posture of the subjects involved. We analyzed three activities developed by second period Forestry Engineering students, in the semesters of 2015/1 and 2016/1 in the discipline of Calculus A. In this way the context provided to the forest engineering students from the point of view of Mathematical Modeling and the use of software, it was possible to verify through the observations, the project results and their academic performance, the critical posture and constant discussion. It is possible to conclude that software allied to a Mathematical Modeling proposal bring an environment favorable to the construction of Mathematics knowledge, besides providing autonomy and creativity in the development of activities. **Keywords:** Modeling. Mathematics Teaching. Software.

Introdução

O Ensino de Matemática e a implementação de tecnologias em sala de aula é tema constante de discussão entre professores nos diversos níveis de ensino que gera tensão aos sujeitos deste processo, causada pela dinâmica que estas apresentam. Neste artigo nossa atenção está voltada ao processo de ensino e aprendizagem no ensino superior e a inclusão de Software que favoreçam a análise de dados de matemática neste ambiente. Em especial direcionamos a Modelagem Matemática como uma oportunidade de integrar e despertar nos alunos o interesse pelo contexto que os cercam, a entendendo como uma alternativa de ensino na perspectiva da Educação Matemática concomitante às contribuições das ferramentas tecnológicas.

A Modelagem Matemática neste sentido é vista como uma alternativa pedagógica que traz subsídios para a partir de situações reais explorar suas potencialidades no campo da matemática partindo do interesse dos alunos (SILVA; BORSSOI; ALMEIDA, 2015; ZONTINI; BURAK, 2016; DOMINGUES; BORBA, 2017). Importante entender que estes autores possuem compreensões diferentes em relação a Modelagem Matemática, mas todos a interpretam no campo da Educação Matemática como uma possibilidade didática.

A sala de aula e o currículo passaram por modificações principalmente nas estratégias pedagógicas, os sujeitos do processo de ensino e aprendizagem que recebemos hoje possuem

interesses diferentes dos nossos, mas principalmente estão rodeados pela tecnologia digital, rápida e de fácil acesso, e que traz como consequências mudanças no paradigma do ambiente escolar. As tecnologias no ambiente da Modelagem Matemática têm mostrado potencialidades em experiências com alunos desde a escola básica ao ensino superior (VECCHIA; MALTEMPI, 2012; BORSSOI; ALMEIDA, 2015; GALLEGOS; RIVERA, 2016; WEINGARTEN; VECCHIA, 2017).

Diante deste cenário esta alternativa de ensino possibilita a construção do conhecimento (MOREIRA, 2014) e a justificamos baseados nos conceitos de BURAK (2010) que partem de dois princípios: do interesse dos alunos e de que a coleta dos dados acontece onde estes estão inseridos. Ainda o autor define a Modelagem Matemática como: “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” (BURAK, 2010, p. 18).

O ensino superior hoje está imerso nas tecnologias digitais, os alunos a conhecem e a utilizam com muita facilidade em suas redes sociais, jogos online e inúmeros aplicativos que estão disponíveis. Diante disso o uso do computador em sala de aula deve ser implementado na perspectiva definida por Valente (1993) como uma ferramenta por meio da qual os alunos desenvolvem e exploram os conteúdos abordados: “A maior contribuição do computador como meio educacional advém do fato de seu uso ter provocado o questionamento dos métodos e processos de ensino utilizados” (Ibid, p.14).

Assim este texto apresenta resultados de uma investigação em sala de aula no ensino superior com duas turmas de alunos do curso de Engenharia Florestal, na disciplina de Cálculo A. Para tanto nossa questão de pesquisa “Quais as contribuições da modelagem matemática articulada com o uso de Software para o processo de ensino e aprendizagem de alunos no ensino superior?” não pretendemos esgotar respostas, mas trazer reflexões a partir da nossa reflexão.

Modelagem Matemática e tecnologia: aporte teórico

A construção do conhecimento matemático tem sido influenciada por muitas tendências na Educação Matemática, como a Etnomatemática, a Resolução de Problemas, as Tecnologias Digitais, a Modelagem Matemática, entre outras. O diálogo entre duas ou mais tendências oportuniza um trabalho frutífero em sala de aula, pois proporciona aos alunos uma abordagem diversa e distante dos métodos tradicionais. Ao encontro Malheiros (2012) ao estudar a

interlocução entre a Modelagem e outras metodologias concluiu que a comunicação entre estas pode trazer contribuições para o crescimento das investigações acerca da Modelagem. Além disto, é preciso considerar que os alunos deste século possuem diferentes necessidades em relação aos do século passado e neste sentido a mudança em sala de aula é inevitável, pois as tecnologias nos trazem novos desafios (BURAK; ARAGÃO, 2012).

A Modelagem Matemática é estudada por muitos autores que a compreendem de diferentes maneiras, como um processo de pesquisa (BIEMBENGUT, 2014), como um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2009), como uma atividade que parte de uma situação inicial, de um conjunto de procedimentos e de uma situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), ou como um processo cíclico entre o domínio real e o domínio matemático (GALLEGOS; RIVERA, 2016). Porém esses autores aproximam-se ao dedicarem sua atenção à sala de aula, como uma estratégia pedagógica para a compreensão dos conteúdos.

A sala de aula nos traz desafios diários em todos os níveis de escolaridade, somos colocados diante de diferentes interesses dos aprendizes que a compõem, assim ensinar Matemática precisa estar focado na formação de sujeitos críticos, que reflitam sobre o cotidiano, em que explorem seus conhecimentos prévios e os estimulem à resolução de situações problemas. Neste sentido, nos apoiamos em Almeida e Silva (2017, p.209) considerando que: “A modelagem matemática viabiliza uma leitura, ou até mesmo uma interpretação, ainda que parcial e idiossincrática, de fenômenos do mundo ou da vida, muitas vezes identificados fora do ambiente escolar, com o apoio da Matemática”.

A atribuição de significados ao ensino de matemática propicia um ambiente favorável a aprendizagem, e neste sentido os temas abordados precisam partir do interesse dos alunos envolvidos (BURAK; ARAGÃO, 2012; ZONTINI; BURAK, 2016). Os autores entendem que a Matemática é vista como uma ferramenta para leitura e interpretação da realidade, que com auxílio de outras áreas do conhecimento é capaz de fundamentar o que se estuda e adicionam: “Estamos pensando na educação centrada no ser como uma educação dialógica, que se propõe a auxiliar o estudante a tornar-se pessoa, a tomar consciência de si e do mundo em que vive” (ZONTINI; BURAK, 2016, p.144).

A aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula é sugerida em cinco etapas por BURAK (2010): a) Escolha de um tema; b) Pesquisa exploratória; c) Levantamento do(s) problema(s); d) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do

tema; e) Análise crítica da(s) solução (ões). Estas etapas são resultado de diversas experiências do autor em curso de formação de professores na Educação Básica, mas pretendemos estendê-las a Educação Superior, como defende BURAK (2010) o processo de ensino e aprendizagem por meio da modelagem e o emprego das etapas sugeridas são válidas em todos os níveis de ensino.

A escolha do tema constitui a etapa inicial e deve partir do interesse dos alunos, podendo ser único para a turma, ou se o professor já possuir experiência com modelagem, temas diversos (BURAK, 2010). Ao encontro BURAK E KLÜBER (2013, p.36) afirmam: “O interesse pela atividade está diretamente relacionado à motivação intrínseca e ganha força também no contexto que nutre tanto o interesse como a motivação”.

Após o tema definido, a próxima etapa é a pesquisa exploratória em que se busca conhecer mais sobre o tema, aprofundar os conhecimentos necessários para formular a pergunta, o que para BURAK (2010) é importante para o desenvolvimento da criticidade, atenção e sensibilidade em relação ao problema que se pretende resolver. Na etapa equivalente denominada inteiração por ALMEIDA, SILVA E VERTUAN (2012) os dados coletados de forma direta ou indiretamente conduzem para a definição das metas de resolução e este período pode ser retomado no decorrer da atividade, sempre que houver necessidade de novas informações.

No momento do levantamento de problemas tem-se o envolvimento da matemática, após levantar os problemas e coletar os dados, algumas decisões precisam ser tomadas em relação aos algoritmos e estratégias de cálculo que serão utilizadas, etapa que constitui o desenvolvimento de competências como a capacidade de levantar e propor problemas, de transformar situações reais em matemáticas, de buscar soluções (BURAK, 2010).

Em seguida a quarta etapa constitui a fase de resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo de matemática no contexto do tema, em que a matemática ganha importância e significado (BURAK, 2010). Nesta etapa os conteúdos já aprendidos entram em cena, como BURAK E ARAGÃO (2012) alertam que muitas dúvidas podem surgir e o desenvolvimento encontrar obstáculos em conteúdos ainda não visitados pelos alunos, cabendo ao professor a mediação necessária. E complementam que o modelo matemático que será desenvolvido pode ser: “uma representação e, dessa forma, contempla e engloba, além dos modelos matemáticos outros tais como lista de supermercado, a planta baixa de uma casa, entre outros” (Ibid, p.97).

O modelo matemático no âmbito da Modelagem Matemática sob a ótica da Educação Matemática constitui uma forma de representar a realidade a partir da investigação. Os modelos são apresentados por uma linguagem matemática que retrata o comportamento de um sistema, permitindo previsões sobre este (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Nesta busca pelo modelo, o computador pode ser um importante aliado, como relatam GALLEGOS E RIVERA (2016), a partir de sua experiência com alunos de engenharia, que a tecnologia em atividades com modelagem é importante para as relações entre as diversas fases do ciclo, propiciando um trabalho em diversos temas, além do estímulo proporcionado pela manipulação das situações.

A inclusão da tecnologia no ambiente da Modelagem Matemática tem muitos adeptos (VECCHIA; MALTEMPI, 2012, VILLAREAL; ESTELEY, 2013; DOMINGUES; BORBA; 2017) que investigam as possibilidades e consequências destas alternativas de ensino em um trabalho conjunto. A construção do conhecimento é influenciado pelas tecnologias, a partir das quais os alunos podem formar novas e diferentes conjecturas com uso de diversas mídias como *Software* e vídeos (DOMINGUES; BORBA, 2017). Nesse cenário VECCHIA E MALTEMPI (2012) nos trazem que a Modelagem é algo dinâmico, passível de mudanças de rumos e da maneira como o situação é compreendida.

Os *Software* facilitam o entendimento de conteúdos abstratos do campo da matemática, com o uso de diversas ferramentas. Podemos plotar pontos e traçar gráficos em duas ou três dimensões, alterando seus parâmetros e manipulando a função, tornando assim dinâmico o aprendizado, além de ser mais motivador a esta geração de estudantes conectados. Valente (1998) discute os diferentes usos do computador em sala de aula, e desta forma nos traz que o uso de planilhas, *software* para construção de gráficos, calculadores numéricos constituem um rol de instrumentos úteis a sala de aula e proporciona aos alunos mudanças no processamento das informações.

O professor inserido neste ambiente tecnológico pode fazer uso do computador para a resolução de problemas, como em questões que surgem no emprego da Modelagem Matemática, pois quando trabalhamos com dados reais, os cálculos envolvidos na solução podem ser extensos e cansativos. Neste sentido, o uso do computador ganha destaque à medida que os alunos podem verificar suas conjecturas e hipóteses, e se algo sair errado, os erros podem ser detectados e o processo reiniciado (VALENTE, 1998).

Em relação às atividades de modelagem, Valente (1999) explica que o modelo é criado pelo sujeito que irá dispor dos recursos computacionais para desenvolvê-lo, ou seja, quem decide sobre o fenômeno estudado é o aluno que passará pelas fases descrição-execução-reflexão-depuração-descrição na sua interação com a máquina. O autor destaca que a modelagem sozinha não melhora a aprendizagem: “Para que a aprendizagem ocorra, é necessário criar condições para que o aprendiz se envolva com o fenômeno e essa experiência seja complementada com elaboração de hipóteses, leituras, discussões e uso do computador para validar essa compreensão do fenômeno” (Ibid, p.96). Ao encontro BORSSOI E ALMEIDA (2015, p.44) relatam que em sua experiência: “Encontramos indícios de que a modelagem de situações problema associada a disponibilidade de recursos tecnológicos pode ser facilitadora da aprendizagem significativa e é adequada para compor ambientes favoráveis ao despertar da intencionalidade para aprender”.

A última etapa sugerida por BURAK (2010) é a análise crítica da solução, considerado pelo autor a etapa mais valiosa da experiência com modelagem, pois permite a discussão de conceitos matemáticos e não matemáticos pelos sujeitos envolvidos: “Mostra-se a importância de alguma formalização, de justificativa de procedimento enfim, é um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e de reflexões” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 100).

O papel do professor, conforme a perspectiva assumida, está em ser mediador entre o conhecimento matemático e os conhecimentos dos alunos, de problematizador e orientador do processo, no momento em que oportuniza as relações e faz encaminhamentos (BURAK, KLÜBER, 2013). Nesse sentido ZONTINI E BURAK (2016) compreendem que o foco precisa estar no estudante, considerando que eles já trazem suas experiências e interesses, na medida em que as aulas possam partir destes preceitos. Ao encontro disto VALENTE (1999) aborda que o professor tem o papel de auxiliar o aluno criando condições para que estes possam fazer a transposição do mundo real para a modelagem do fenômeno estudado e vice-versa.

A Modelagem Matemática integrada com os recursos tecnológicos pode contribuir para a aprendizagem dos alunos, despertando muitas possibilidades de explorações, tornando o ensino mais leve e flexível, capaz de romper com a rigurosidade dos cálculos a medida que os sujeitos envolvidos vão se familiarizando neste contexto.

Aspectos Metodológicos

Para investigar as contribuições da modelagem matemática e das tecnologias, analisamos três atividades desenvolvidas por alunos do segundo período Curso Engenharia Florestal, nos

semestres letivos 2015/1 e 2016/1 na disciplina de Cálculo A, em uma Universidade Pública do Paraná, a qual contempla o conteúdo de funções, limites, derivadas e integrais. Vale ressaltar que esta atividade foi desenvolvida com todos os alunos das respectivas turmas como tarefa extra-classe e a escolha dos temas definidos por eles.

No início dos semestres letivos 2015/1 e 2016/1 foi explicado aos alunos o plano de ensino, as avaliações e o Projeto de Modelagem e Tecnologias. Em relação a este último os alunos receberam informações sobre o que é Modelagem Matemática na perspectiva que adotamos neste trabalho, assim como alguns exemplos de pesquisas já realizadas. Os alunos foram orientados que esta seria uma atividade extra-classe. A organização dos grupos e a escolha dos temas foi tarefa de responsabilidade dos alunos envolvidos na atividade.

No decorrer do semestre os grupos foram se organizando e definindo os temas, processo esse que demorou quase metade do semestre letivo, pois decidir sobre o que desejavam pesquisar não foi uma tarefa simples, constituíram-se diversos momentos com a mediação da professora e com consulta a outros professores do curso. Neste sentido WEINGARTEN; VECCHIA (2017, p.223) colaboram: “A dinâmica desse processo envolve um fluxo de desdobramentos constante e, a cada nova interação entre os participantes do processo de modelagem, múltiplas novas possibilidades podem se apresentar”. Após os temas definidos, citados no quadro 1, assim como os respectivos conteúdos envolvidos na etapa de resolução, foram iniciadas as demais etapas do processo de modelagem matemática que estão descritos na próxima seção.

Quadro 1: Temas escolhidos pelos estudantes

Grupos	Temas	Conteúdos desenvolvidos no modelo
A (2015/1)	Relação do número de automóveis por residência e moradores em função do consumo de água e gasto mensal	Função polinomial de grau cinco Estudo de taxas de variação em derivadas
B (2015/1)	Cálculo da área de uma semente de canáfitula	Cálculo de área
C (2015/1)	Determinação do potencial Tanífero em povoaamentos de Angico	Função cúbica Estudo de taxa de variação em derivada
D (2015/1)	Altura média de plantas da Goiabeira Serrana	Função polinomial de grau seis Cálculo valor médio por integrais
E (2015/1)	Extração anual de madeiras em florestas naturais e plantadas	Função exponencial Estudo da taxa de variação em derivadas
F (2015/1)	Inventário florestal: altura de um conjunto de árvores da espécie Ficus	Função linear Limites
G (2015/1)	Estudos pluviométricos de indivíduos arbóreos	Função polinomial de grau quatro Taxa de variação em derivadas
H (2016/1)	Focos ativos de queimadas no estado do Paraná	Função polinomial de grau seis Taxa de variação em derivadas
I (2016/1)	Seleção de modelos matemáticos para detrminação de altura em povoamento de Pinnus Ellioti	Regressão linear Coeficiente de variação
J (2016/1)	Focos de incêndios florestais no Brasil de 2010 à 2016	Função cúbica Taxa de variação em derivadas
K (2016/1)	Produtividade e renda do Eucalipto	Função cúbica Taxa de variação em derivadas
L (2016/1)	Comparação entre altura e DAP em Eucaliptos	Função cúbica Taxa de variação em derivadas
M (2016/1)	Quantidade e valor da extração de lenha, por produtores segundo as grandes regiões	Função cúbica Taxa de variação em derivadas

Fonte: Autoria própria

Neste artigo foram selecionados três trabalhos, a escolha dessas três atividades justifica-se pelas propostas apresentarem diferentes abordagens para aplicação do cálculo. Desta forma serão descritos brevemente as atividades dos três grupos (D, F e J) escolhidos e as análises a partir da prática.

Reflexões a partir da experiência vivenciada

Ao ingressar no ensino superior, nos cursos de engenharias em especial, os alunos se deparam com as disciplinas de cálculo, álgebra, além das físicas e químicas e diversos são os desafios encontrados. Apesar da importância destes componentes para a carreira dos estudantes, eles também são responsáveis por frustrações, resultado do baixo desempenho e reprovação. Na tentativa de minimizar o insucesso em Cálculo foi implementado um ambiente de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, em que os alunos escolhiam os temas a partir de seu interesse.

A educação é afetada pelas mudanças na sociedade, pela inserção das tecnologias cada vez mais rápidas, eficazes e precisas nos setores da produção e da indústria e isto implica exercer o processo de ensino e aprendizagem sob um novo paradigma. E neste cenário os alunos serão desafiados a criar, a transformar informação em conhecimento, a resolver problemas, refletir sobre as soluções e tomar decisões (VALENTE, 1999). Desta forma com aporte das ferramentas tecnológicas e suas diversas possibilidades de exploração a proposta desenvolvida buscou explorar questões para as quais os alunos não têm respostas imediatas, em que várias tentativas são feitas e cada erro representa um recomeço.

Nesta perspectiva são apresentados três trabalhos desenvolvidos na disciplina de Cálculo A. O grupo D escolheu como tema: “Altura média de plantas de goiabeira serrana”, o interesse do grupo foi a possibilidade de explorar os dados coletados como voluntários em projetos de iniciação científica com professores da área técnica, e terem domínio sobre os aspectos da área da Engenharia Florestal. Após os dados organizados, buscaram responder: “Para um conjunto de plantas da goiabeira serrana qual a altura média?”, os alunos justificaram a importância desta espécie, que além de possuir potencial econômico, possuem propriedades que fazem bem à saúde. A tabela 1 mostra os dados coletados, assim como a figura 1 apresenta os dados plotados no gráfico.

Tabela 1: Altura das plantas

Plantas (Goiaba Serrana)	Altura (cm)
1	194
2	163
3	140
4	177
5	193
6	195
7	179
8	180
9	180
10	210
11	200
12	240

Fonte: Coleta realizada no campo pelo Grupo D

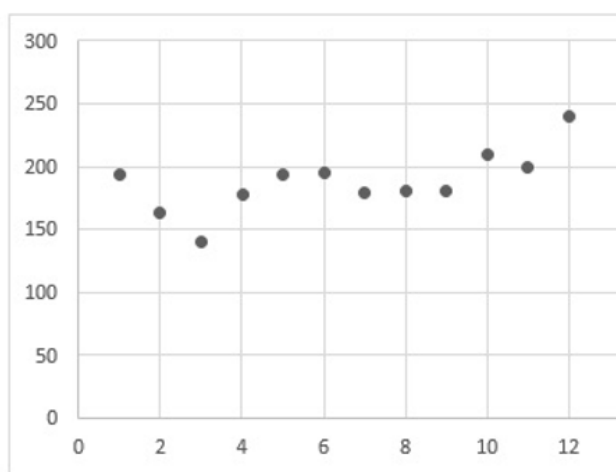


Figura 1: Gráfico Plantas da Goiabeira Serrana x Altura (cm)

Fonte: Autoria dos alunos do grupo D

Com os dados plotados a fase de obtenção do modelo envolveu primeiramente trabalho manual com a tentativa de algumas funções e em seguida auxílio da planilha eletrônica para

obter uma função polinomial de grau seis. O computador foi usado como uma ferramenta nesta atividade e tornou possível os alunos manipularem diversas funções até tomar a decisão pela função com melhor ajuste, ao encontro do que Valente (1999, p.96) propõe: “Nesse envolvimento com o fenômeno, o aprendiz elabora uma série de hipóteses e ideias que deverão ser validadas por intermédio do processo de simulação do fenômeno no computador”.

A etapa seguinte constituiu a busca pelo modelo que responderia à questão levantada pelo grupo de alunos. Nas aulas de Cálculo estávamos estudando integrais e ao consultar o material, os alunos perceberam que poderiam fazer uso do cálculo do Valor Médio pelo método de integração para obter a média da altura das árvores de goiabeira serrana, isto porque a função (1) é contínua no intervalo de $[1,12]$, pelo Teorema do Valor Intermediário existe $x_0 \in [1,12]$ tal que $f(x_0) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$. Disto deriva-se a resolução:

$$f(x) = 0,0021x^6 - 0,1088x^5 + 2,2308x^4 - 22,495x^3 + 114,09x^2 - 260,9x + 363,97(1)$$

$$f(x_0) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx \quad (2)$$

$$\therefore f(x_0) = \frac{1}{12-1} \int_1^{12} (0,0021x^6 - 0,1088x^5 + 2,2308x^4 - 22,495x^3 + 114,09x^2 - 260,9x + 363,97)dx$$

$$\therefore f(x_0) = 182,5(3)$$

Na análise crítica da situação os alunos testaram alguns valores e compararam também a medida estatística, fazendo algumas inferências sobre a diferença entre os valores obtidos estatisticamente e pelo cálculo de integrais, também observaram a possibilidade de a função encontrada não ser a melhor escolha. Ainda apontaram que poderiam ter pensado em uma função trigonométrica, uma vez que os dados pareciam ter um comportamento periódico.

A partir do acompanhamento do grupo D foi possível perceber o envolvimento e crescimento destes alunos diante das situações propostas, os momentos de discussão em grupo e com a professora foram constantes e de muito trabalho, em que o uso da planilha eletrônica como ferramenta tecnológica lhes permitiu fazer simulações, mudar parâmetros, tentar novos modelos com outras espécies de plantas. Ao final da atividade, na apresentação para a turma foi visível a motivação dos alunos ao perceberem que as aulas de cálculo eram úteis em sua carreira,

possibilitando-lhes uma leitura da realidade a partir do conjunto de dados coletados com uso da matemática.

O grupo F escolheu desenvolver um modelo a partir dos dados que coletaram para o Inventário Florestal de uma região do município. Desta forma a questão problema foi definida como: “Qual a altura máxima, ao longo dos anos, de um conjunto de árvores da espécie Ficus, importante para a arborização urbana?”. Para a etapa seguinte, com os dados já coletados, era preciso conhecer a idade de cada árvore que foi selecionada na amostra para a pesquisa. Após algumas tentativas os alunos decidiram buscar esta resposta na literatura, onde encontraram que uma árvore desta espécie vive normalmente 100 anos e atinge a altura de 30 metros. A resolução da situação problema iniciou com a construção de uma tabela e com uso da proporcionalidade para se obter a idade das árvores como está apresentado na tabela 2 e figura 2.

Tabela 2: Idade x altura

Idade (anos)	Altura (metros)
20,33	6,1
15,33	4,6
15,33	4,6
16,66	5
14,66	4,4
15,00	4,5
15,00	4,5
18,33	5,5
21,66	6,5
21,66	6,5
13,33	4
23,00	6,9
23,33	7
25	7,5

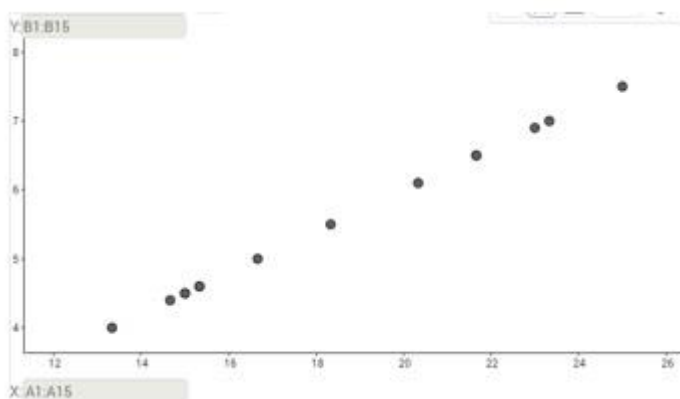


Figura 2: Gráfico Idade x Altura de um conjunto de árvores da espécie Ficus

Fonte: Autoria dos alunos do grupo F

Fonte: Coleta realizada no campo pelo grupo F

O gráfico da função obtida no modelo é linear, para encontrar a lei de formação da função os alunos utilizaram primeiramente o método dos mínimos quadrados para obter a função que confirmaram com uso do *software* GeoGebra. Com a função obtida $f(x) = 0,3x + 0,0013$ os alunos se perguntaram e agora? Como vamos obter a altura máxima? Será que substituindo valores? Neste momento um dos integrantes lembrou do conceito de limite e falou ao grupo que

poderiam usá-lo considerando que x tende a idade posta na literatura (100 anos), como é apresentado em (4) a seguir:

$$\lim_{x \rightarrow 100} F(x) = \lim_{x \rightarrow 100} 0,3x + 0,0013 = 0,3 * 100 + 0,0013 = 30,0013(4)$$

A resolução realizada pelos alunos apresentou conceitos introduzidos na disciplina de Cálculo, quando foi abordado o estudo de Limites. Porém no momento da análise crítica do modelo encontrado foi percebido que ao buscar os dados na literatura e usar a proporcionalidade para obter a idade das árvores os dados reais foram substituídos por uma manipulação que resultou em uma função linear, talvez distante de um modelo real quando comparado a outros estudos. Mas, o mais instigante desta proposta é os alunos terem conseguido fazer relações entre os conceitos de cálculo e transpor da formalidade da matemática para o entendimento na prática indo ao encontro da fala de BURAK E KLÜBER (2013, p.42): “É, também, o momento em que se pode oportunizar a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, se transformam em oportunidades ricas e importantes para a formação do pensar matemático”.

Nessa situação podemos inferir que a utilização do *software* GeoGebra permite que os alunos explorem situações, como a mudança de parâmetros em uma função, de maneira rápida e visual, o que de forma manual seria muito cansativo. Ao encontro Valente (1993) traz que os alunos têm habilidades de explorar sozinhos os diferentes aplicativos e *Software*, pois estão imersos na cultura tecnológica, e é neste momento que o professor deve fazer uso destes benefícios para dar sentido pedagógico ao uso dos recursos e permitir que eles testem, experimentem e principalmente questionem os resultados que estão sendo visualizados.

O grupo J se reuniu para discutir sobre o tema, e foi uma longa conversa, pois muitas foram as ideias de experimentos, porém todos demandavam de muito tempo para coleta das amostras, assim pensaram em alguma proposta que poderiam usar informações disponíveis em bancos confiáveis, surgindo então o interesse por “Focos de incêndios florestais no Brasil”. Na etapa do levantamento da questão problema a definiram como: “Qual o comportamento da variação do número de focos de incêndios florestais no período de 2010 a 2016?”.

Para a fase da pesquisa exploratória os alunos buscaram dados com uso do computador em sites e decidiram utilizar os dados disponíveis no Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis (IBAMA) com apoio do programa PrevFogo do Sistema Nacional de Prevenção e Combate aos Incêndios Florestais. Assim percebemos que os recursos tecnológicos ampliam as possibilidades para sala de aula, motivando os alunos na busca de

assuntos de seu interesse, de modo que possam fazer diversas explorações, como afirmam SILVA, BORSSOI E ALMEIDA (2015, p.162): “Nos reportamos a um contexto em que atividades foram pensadas, propostas e desenvolvidas em um ambiente em que recursos tecnológicos são entendidos como elementos mediadores, com potencial para permear o desenvolvimento das atividades”.

Na etapa de resolução dos problemas foi possível perceber indícios do que Burak (2010) considera importante em uma atividade com Modelagem Matemática, em que a resolução ganha sentidos diferentes do usual, pois as situações partem dos dados coletados pelos alunos, em uma situação contextualizada, propiciando um maior significado aos conteúdos da matemática, favorece a criatividade e a tomada de decisão. O computador nesta etapa foi empregado como uma ferramenta por meio do uso da planilha eletrônica, como Valente (1999) nos explica esta foi uma oportunidade dos aprendizes se envolverem com a situação estudada, criando conjecturas, hipóteses, discussões e usando o recurso tecnológico para validar as soluções encontradas.

Neste sentido, os dados foram organizados pelo grupo na planilha eletrônica (Tabela 3), com os dados plotados os alunos fizeram uso da regressão linear (Gráfico 3) para obter o modelo que melhor se ajustou aos pontos.

Tabela 3: Relação dos anos com o total de focos de incêndios florestais

Ano	Focos
2010	7917
2011	3738
2012	6728
2013	6178
2014	7477
2015	10154
2016	15277

Fonte: IBAMA, disponível em (www.ibama.gov.br/prevfogo), acesso em 16/04/2016

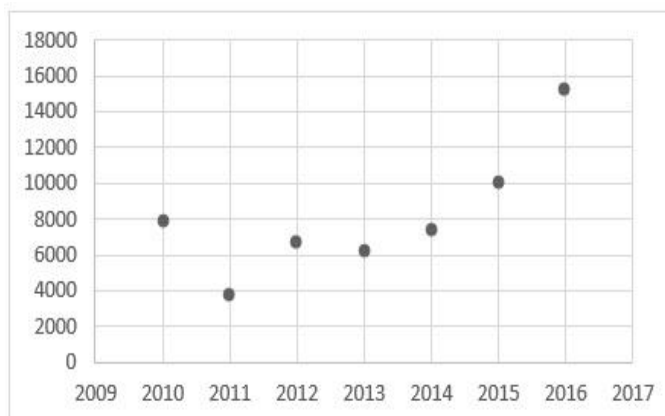


Figura 2: Gráfico Ano x Focos de incêndios florestais no Brasil de 2010 a 2016

Fonte: Autoria dos alunos do grupo J

Após a construção do gráfico os alunos fizeram algumas inferências em relação ao comportamento da função, como no ano de 2011 o número de focos de incêndios florestais reduziu praticamente a metade e que a partir de 2013 o crescimento parecia exponencial. Como

o objetivo era estudar o período de 2010 à 2016, buscaram uma função que melhor se ajustasse aos pontos e com ajuda da planilha eletrônica obtiveram a função (5) e para responder a questão da variação do número de focos de incêndios os alunos utilizaram o conceito de taxa de variação de derivada (6) e observaram que a função deste crescimento é a derivada da função dos focos de incêndios florestais, como segue:

$$f(x) = 5,4147 x^3 + 514,08x^2 - 3137 x + 9869(5)$$

$$f'(x) = 16,25x^2 + 1028,16x - 3137(6)$$

Para a validação do modelo, os alunos utilizaram a taxa de variação em 2015 (ano 6) e obtiveram 3616,96 focos de incêndio (7), ou seja, muito próximo da variação real que é de 3010,61.

$$f'(6) = 16,25 * 6^2 + 1028,16 * 6 - 3137 \therefore f'(6) = 3616,96(7)$$

Após a construção do modelo os alunos realizaram uma projeção para o ano de 2017 e verificaram que se mantivesse o crescimento os focos de incêndios florestais no Brasil teriam um crescimento em torno de 26% o que causaria ainda mais danos ambientais.

Os alunos discutiram durante a análise da situação diversas questões relacionadas às questões ambientais, trocando informações com outros grupos e mostrando sua preocupação diante dos resultados. Consideramos a sugestão de BURAK E ARAGÃO (2012) em que os autores afirmam a importância do trabalho com os aspectos não matemáticos, pois estes possibilitam desenvolver outras competências como a formação de valores e atitudes, por exemplo, nesta situação a consciência ambiental e as medidas de preservação da natureza. Ainda torna-se importante destacar que o uso da internet possibilitou a busca de dados de forma ampla, que não seriam possíveis no período de tempo de um semestre letivo.

Diante das situações relatadas nos apoiamos no que VALENTE (1993) aborda em relação ao uso inteligente do computador, ao considerar que em nossa experiência tivemos indicativos que este auxiliou o processo de ensino e aprendizagem e possibilitou o questionamento dos métodos e processos envolvidos, além da contextualização e aplicação dos conteúdos da disciplina de Cálculo. Mas, vale destacar o que VALENTE (1993, p.16) aponta, que “[...] não

devemos esperar muito dessa tecnologia, pois ela ainda não é capaz de fazer milagres”, pois a ação do professor como mediador do processo de ensino e aprendizagem é fundamental, como foi percebido em diversos momentos foi preciso intervir, trazer novas questões e auxiliar os alunos no uso do computador.

O desenvolvimento das atividades no ambiente da Modelagem Matemática proporcionou a desmistificação da disciplina de Cálculo, que na concepção dos alunos estava rodeada de dificuldades, de demonstrações e listas intermináveis. Após a experiência desenvolvida com estas duas turmas pudemos ainda compreender que este espaço se constituiu como uma troca de conhecimentos para os sujeitos envolvidos, alunos e professor, sem perder a formalidade e a construção das competências propostas para a disciplina.

Algumas considerações

O cenário apresentado nesta pesquisa mostrou que a Modelagem Matemática aliada ao uso das tecnologias pode contribuir no ensino e aprendizagem no ensino superior, provocando transformações na sala de aula em relação a postura dos sujeitos envolvidos. Trata-se de uma experiência que causa desconforto, insegurança e desafios, mas ao mesmo tempo nos traz motivação, vontade de superar e principalmente concretizar os conteúdos que são abordados.

Neste sentido, resgatando o questionamento inicial: “Quais as contribuições da modelagem matemática articulada com o uso de ferramentas tecnológicas para o processo de ensino e aprendizagem de alunos no ensino superior?” e não com a intenção de encerrar a discussão, mas sim de trazer apontamentos e novas questões, entendemos que a experiência foi congruente às expectativas. Desta forma, no contexto proporcionado aos alunos das turmas de Engenharia Florestal sob a ótica da Modelagem Matemática e o uso de *Software* foi possível constatar a postura crítica, o levantamento de questões e a discussão constante nas observações, no resultado dos projetos e no rendimento acadêmico deles. Assim podemos concluir que as tecnologias aliadas a uma proposta de Modelagem Matemática traz um ambiente favorável a construção do conhecimento, além de proporcionar autonomia e criatividade no desenvolvimento das atividades.

Ainda as mudanças na prática pedagógica podem quebrar paradigmas da sala de aula e possibilitar que os conteúdos abordados sejam contextualizados, de forma que ocorram discussões sociais, ambientais e práticas, com argumentos baseados na matemática. Muitos obstáculos surgiram, como o desafio de sair da posição confortável que temos no ensino

tradicional, os conhecimentos da área técnica que não tínhamos, a exploração das tecnologias e ainda como administrar o tempo para que o conteúdo previsto na disciplina fosse cumprido. Mas, apesar das dificuldades, o entendimento que a postura do professor é de mediador do conhecimento e não de detentor deste, oportunizou arriscar-se em um ambiente onde houve significativas contribuições às aulas de Cálculo.

Por fim nos questionamos se estamos prontos e seguros neste campo da educação matemática, para substituir ou complementar as aulas do ensino superior, nos arriscando no novo e incerto. Entendemos que esta foi apenas a primeira experiência, mas que nos proporcionaram muito aprendizado, e mesmo de forma tímida a iniciativa nos instigou a buscar mais inovações para as aulas. Assim consideramos que mais estudos merecem ser propostos por professores/pesquisadores que almejam a transformação da sala de aula em um ambiente propício para construção da aprendizagem.

Referências

- Almeida, L. M. W. de, Silva, K. A. P. da (2017) A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de Modelagem Matemática. *Bolema*, 31(57), 202 – 219.
- Almeida, L. W. de., Silva, K. P. da, Vertuan, R. E. (2012) *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto.
- Barbosa, J. C. (2009) Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. *Educação Matemática em Revista*, 26 (1), 17-25.
- Biembengut, M. S. (2014) Modelagem Matemática & Resolução de Problemas, Projetos e Etnomatemática: Pontos Confluentes. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 7 (2), 197-219.
- Borssoi, A. H, Almeida, L. M. W. de. (2015) Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencia –REIEC*, 10 (2),36-45.
- Burak, D. (2010) Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, 1(1), 10-27.
- Burak, D., Aragão, R. M. R. de. (2012). *A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa*. Curitiba, PR: CRV.
- Burak, D., Klüber, T. E. (2013) Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de Educação Matemática. *Margens*, 6 (1), 33-50.
- Domingues, N. S., Borba, M. de C. (2017) Vídeos Digitais nos Trabalhos de Modelagem Matemática. *Educação Matemática em Revista*, 22 (53), 38-50.
- Gallegos, R. R., Rivera, S. Q. (2016) El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19 (1),99-124.

- Malheiros, A. P. dos S. (2012) Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. *Bolema*, 26 (43), 861-882.
- Moreira, A. (2014) M. Modelos científicos, modelos mentais, modelagem computacional e modelagem matemática: aspectos epistemológicos e implicações para o ensino. *Revista Brasileira Ensino Ciência e Tecnologia*, 7 (2), 1-20.
- Silva, K. A. P. da, Borssoi, A. H., Almeida, L. M. W. de. (2015) Uma análise semiótica de atividades de modelagem matemática mediadas pelas tecnologias. *Revista Brasileira Ensino Ciência e Tecnologia*, 8 (1), 161-183.
- Valente, J. A. (1993) Diferentes usos do computador na educação. *Em aberto* 12 (57), 3-16.
- Valente, J. A. (1998) Diferentes usos do computador na Educação. In: J. A. Valente (Org.) *Computadores e conhecimento: repensando à educação*. (2 ed., cap. 1, pp. 1-28). Campinas, SP: UNICAMP/NIED.
- Valente, J. A. (1999) Análise dos diferentes tipos de Software usados na Educação. In: J. A. Valente (Org.) *O computador na sociedade do conhecimento*. (1ed., cap. 4, pp.89-110) Campinas, SP: UNICAMP/NIED.
- Vecchia, R. D., Maltempi, M. V. (2012) Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. *Bolema*, 26 (43), 963-990.
- Villarreal, M. E., Esteley, C. B. (2013) Escenarios de Modelización y Medios; acciones, actividades y diálogos. In: M. de C. Borba & A. Chiari (Orgs.). *Tecnologias Digitais e educação matemática*. (1 ed., cap.12, pp.273-308). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Weingarten, T., Vecchia, R. D. (2017) Problema, sentido e significado: a multiplicidade em Modelagem Matemática. *Ciência Educação*, 23 (1), 219-235.
- Zontini, L. dos R. S., Burak, D. (2016) Teoria crítica e educação matemática centrada no estudante: buscando bases para a teoria educacional. *Revista Eletrônica de Educação Matemática –REVEMAT*, 11 (1), 134-148.

Autoras

Sani de Carvalho Rutz da Silva

Doctora en Ciencia de los Materiales por la Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Maestría en Matemática Aplicada por la UFRGS. Profesora de la Universidade Tecnológica Federal do Paraná y del Programa de Postgrado en Enseñanza de Ciencia y Tecnología-PPGECT (Maestría y Doctorado).

Con experiencia en el área de Matemáticas, con énfasis en Enseñanza de Matemáticas: Educación Inclusiva, Uso de Tecnologías en la enseñanza de Matemáticas. Editora Jefe de la Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia. Líder del Grupo de Investigación: La Enseñanza y la Inclusión de Personas con discapacidad.

sani@utfpr.edu.br

Renata da Silva Dessbesel

Profesora del Magisterio Superior UTFPR campus Dois Vizinhas. Licenciada en Matemáticas (UNICRUZ, 2010); Especialista en Gestión del Trabajo Pedagógico (UNINTER, 2011); Especialista en Enseñanza de Matemáticas (Universidade Cruzeiro do Sul, 2016); Maestría en Enseñanza de Matemáticas (UNIFRA, 2013). Doctoranda en Enseñanza de Ciencia y Tecnología por la UTFPR campus Ponta Grossa.

Áreas de investigación:

Educación Matemática, Modelado Matemático, Educación Especial; Enseñanza de Matemáticas y Sordera.

renatadessbesel@utfpr.edu.br

Maria Ivete Basniak

Profesora en el Colegiado de Matemáticas de la Universidade Estadual do Paraná, campus de Unión de la Victoria. Maestría en Métodos Numéricos en Ingeniería (UFPR, 2009). Doctora en Educación (UFPR, 2010), con postdoctorado en Enseñanza de las Matemáticas (UTFPR, 2017). Actualmente desarrolla investigaciones relacionadas con la Tecnología en la Educación, especialmente en la Educación Matemática y Políticas Educativas.

basniak2000@yahoo.com.br