

LA INTRODUCCIÓN DEL MÉTODO ANALÍTICO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN COLOMBIA

Luis Carlos Arboleda

luis.carlos.arboleda@gmail.com

Grupo de Historia y Filosofía de la Práctica Matemática
Instituto de Educación y Pedagogía
Universidad del Valle
Cali, Colombia

Recibido: 28/04/2018 Aceptado: 31/05/2018

Resumen

El estudio de la naturaleza y función de los textos históricos en la enseñanza de las matemáticas en contextos socio culturales diversos, es uno de los temas de mayor interés en la historia de la educación matemática. Los textos de geometría cartesiana y álgebra, en particular, ofrecen informaciones importantes sobre la introducción del moderno pensamiento analítico en las instituciones educativas. En este trabajo se estudia la producción, recepción, circulación, apropiación y uso de discursos escolares sobre el método analítico en Colombia, en la transición de la enseñanza de las matemáticas comprendida entre finales del régimen colonial y comienzos de la República. El primer momento corresponde a la divulgación de la ciencia colonial ilustrada entre las elites criollas del virreinato de la Nueva Granada en la segunda mitad del siglo XVIII. El segundo, se inscribe en un programa sistemático de formación de profesionales en ingeniería y matemáticas para la restauración de la República a mediados del siglo XIX.

Palabras clave: Historia de la educación matemática, método analítico, textos históricos.

A INTRODUÇÃO DO MÉTODO ANALÍTICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA NA COLÔMBIA

Resumo

O estudo da natureza e função dos textos históricos no ensino da matemática em diversos contextos socioculturais é um dos temas de maior interesse na história da educação matemática. Os textos de geometria cartesiana e álgebra, em particular, oferecem informações importantes sobre a introdução do pensamento analítico moderno em instituições educacionais. Este trabalho estuda a produção, recepção, circulação, apropriação e uso dos discursos escolares sobre o método analítico na Colômbia, na transição do ensino da matemática entre o fim do regime colonial e o início da República. O primeiro momento corresponde à disseminação da ciência colonial ilustrada entre as elites crioulas do Vice-Reino de Nova Granada na segunda metade do século XVIII. O segundo, faz parte de um programa sistemático de formação de profissionais em engenharia e matemática para a restauração da República em meados do século XIX.

Palavras-chave: História da educação matemática, método analítico, textos históricos.

THE INTRODUCTION OF THE ANALYTICAL METHOD IN THE TEACHING OF MATHEMATICS IN COLOMBIA

Abstract

The study of the nature and function of historical texts in the teaching of mathematics in diverse socio-cultural contexts is one of the topics of greatest interest in the history of mathematics education. The texts of Cartesian geometry and algebra, in particular, offer important information about the introduction of modern analytical thinking in educational institutions. This paper studies the production, reception, circulation, appropriation and use of school discourses on the analytical method in Colombia, in the transition of the teaching of mathematics between the end of the colonial regime and the beginning of the Republic. The first moment corresponds to the dissemination of illustrated colonial science among the creole elites of the Viceroyalty of New Granada in the second half of the eighteenth century. The second, is part of a systematic program of training of professionals in engineering and mathematics for the restoration of the Republic in the mid-nineteenth century.

Keywords: History of mathematics education, analytical method, historical texts.

Introducción

En este artículo se estudiará la recepción, circulación, uso y apropiación del método analítico en dos momentos decisivos en la historia de la enseñanza moderna de las matemáticas en Colombia y, al mismo tiempo, en dos establecimientos emblemáticos de la institucionalización de esta enseñanza: la Cátedra de Matemáticas del Colegio del Rosario y el Colegio Militar, ambos en Santa Fe de Bogotá.

El primer momento corresponde a la divulgación de la ciencia colonial ilustrada entre las elites criollas del virreinato de la Nueva Granada en la segunda mitad del siglo XVIII. El segundo, se inscribe en un programa sistemático de formación de profesionales en ingeniería y matemáticas para la restauración de la República a mediados del siglo XIX.

El catedrático José Celestino Mutis promueve inicialmente un enfoque logicista de la formación matemática basado en el "Discurso del método" de Wolff. Luego explica las reglas cartesianas de análisis y síntesis como parte de sus lecciones de geometría analítica. Llama entonces la atención sobre la necesidad de distinguir el método matemático y la geometría algebraica de Descartes, de su orientación escolástica y su filosofía de sistema.

En un ambiente ideologizado, dominado por las polémicas con las comunidades religiosas que se resistían a la divulgación local de las ideas de Copérnico y Newton, Mutis enseña los fundamentos de la nueva física. En estas circunstancias el discurso sobre el método matemático abandona la perspectiva logicista de Wolff y Mutis con sus alumnos más destacados

se consagran a tematizar el uso que le da Newton a los procedimientos de análisis y síntesis en el estudio de los fenómenos de la mecánica racional.

Un evento excepcional producto de esta etapa es la traducción inédita e incompleta de los *Principia* de Newton, la primera en castellano por muchos años. Las reformas de los planes de estudio con lo traumáticas e inestables que fueron, favorecieron en todo caso transformaciones en el pensamiento del método analítico local a través del uso y apropiación en la enseñanza de tratados de matemáticas como el de Bails, con un enfoque epistemológico, cognitivo y pedagógico diferente a un curso tradicional como el de Wolff.

El segundo momento importante en la domesticación del método analítico en la enseñanza de las matemáticas se sitúa a mediados del siglo XIX con la creación del Colegio Militar de Bogotá, en un contexto de reorganización del estado republicano que comportaba la generación de capacidades endógenas en ciencias y matemáticas, por sí mismas y por sus aplicaciones al desarrollo social y económico.

El encargado de liderar el proceso fue el ingeniero, matemático, político y estadista colombiano Lino de Pombo. En este trabajo se estudian las variaciones de enfoque y contenido que mantiene con respecto al pensamiento anterior, el discurso de Pombo sobre el método analítico en sus textos de geometría y álgebra, los primeros producidos en Colombia como producto de su enseñanza de su autor en el Colegio Militar.

Interesa, en particular, discutir hasta qué punto se concreta en Pombo el ideal de apropiarse en su práctica de enseñanza del método analítico de los matemáticos de la revolución francesa, “justamente reputado como el más perfecto”. Para ello el trabajo se centra en el uso y apropiación que pudo haber hecho Pombo de las ideas de Lacroix sobre el método analítico tanto en sus discursos pedagógicos y epistemológicos, como en sus tratados, principalmente el de álgebra y la trigonometría y sus aplicaciones al álgebra.

Igualmente se reconstruye la posible lectura que Pombo hizo de las lecciones de La Caille, y que le habría permitido reconocer el formato pedagógico de este texto como el más adecuado para la elaboración de sus lecciones en contexto local. Al final se formulan algunas consideraciones para un estudio comparativo posterior de las lecciones de Pombo con los textos de Lacroix y otros autores, sobre el empleo del método analítico en algunas de las versiones del Teorema Fundamental del Álgebra.

El método analítico en la Cátedra de Matemáticas del Colegio del Rosario

La creación de la Cátedra de Matemáticas en el Colegio del Rosario de Santafé de Bogotá marca un momento decisivo en la introducción en Colombia de una enseñanza de las matemáticas dentro de los cánones del pensamiento ilustrado. El fundador y encargado de la cátedra por varios decenios fue José Celestino Mutis (1732-1808), un joven médico del virrey Mecía de la Cerda, que llegaba al país dotado de una solida formación en la nueva ciencia (botánica, física, astronomía y matemáticas) en Cádiz y Madrid, y que con el tiempo se convertiría en el director de la célebre Expedición Botánica de la Nueva Granada y del Observatorio astronómico, el primero en América.

El 13 de marzo de 1762 Mutis pronuncia el “Discurso preliminar” o de inauguración de la cátedra en el cual expone sus ideas sobre la utilidad práctica de las matemáticas y su importancia en todo pensamiento racional sobre la naturaleza. (Arboleda, 1993) (Hernández de Alba, 1982). Nos interesa destacar el tratamiento que da Mutis en este discurso a lo que él denomina los “métodos sintético y analítico”, según la expresión de Christian Wolff el autor de los *Elementa Matheseos Universae*, obra de referencia en los primeros años de la cátedra (Wolff, 1713-1715) (Wolff, 1757).

En primer lugar, se trata de explicar la conexión de estos métodos con el modo lógico en que se expresa el entendimiento de las cosas:

(En las matemáticas) se acostumbra el entendimiento a proceder sin error, conduciéndose siempre de unas verdades a otras, de la más simple hasta la más compuesta, o al contrario, según la aplicación de los dos métodos sintético y analítico. (Hernández de Alba, 1982, p. 36).

Con el fin de aclarar la secuencia de los términos “sintético-analítico”, Mutis anota a continuación que la geometría (euclidiana) es la parte de las matemáticas en donde se observa este "ajustado método de proceder" (sintético). (Hernández de Alba, 1982, p. 36).

Luego en su lección sobre el “Método matemático”, Mutis se concentra en precisar algunos aspectos del método expuestos de manera general en la inauguración: la naturaleza y características del discurso matemático, su constitución, organización, lenguaje y criterios de validación interna. En “Mutis y la enseñanza de las matemáticas” (Arboleda, 1993) hemos mostrado que Mutis se basa esencialmente en el enfoque logicista del “Discurso del método” que antecede los *Elementa* de Wolff.

Al inicio de la lección Mutis afirma: “Todo el artificio de las matemáticas, su certidumbre y solidez consisten en el admirable orden de que usan los matemáticos para enseñar sus dogmas”. (Hernández de Alba, 1982, p. 125)

Este orden del “método geométrico” se desenvuelve en dos componentes, resolución (análisis) y demostración (síntesis):

El orden con que se procede en las resoluciones y demostraciones es tan exacto y riguroso, que nada se admite, nada se deja pasar sin prueba. Ha merecido esta ciencia por la solidez que le es muy particular, calificar todo el método exacto en cualquier materia que sea. Y este modo de proceder los matemáticos es lo que se llama método geométrico. (Hernández de Alba, 1982, p. 125).

El enfoque wolfiano del método que aprendieron los primeros alumnos de la cátedra se centró en los siguiente principios (Arboleda, 1993): el método matemático es universal y provee un conocimiento sólido de las cosas; forma hábitos de orden y exactitud de juicio que producen "una facilidad y una viveza admirable para percibir la verdad en otras ciencias a las que se aplica"; otras prácticas y ciencias "muy útiles al comercio de la vida" no podrían por ellas mismas, sin la intervención del método matemático, proporcionar "esa fuerza de imaginación, esa vivacidad y ese hábito de invención" que se obtienen a través del pensamiento deductivo; "hay dos métodos generales para buscar las verdades en las matemáticas, a saber la Síntesis y el Análisis".

En una lección de la cátedra esta vez sobre geometría analítica, Mutis hace planteamientos adicionales sobre el método de análisis y síntesis. Comienza diciendo que expondrá el tema de manera "fácil y perceptible" en atención a los alumnos que emprenden por primera vez su estudio. En la más fiel aplicación de la "regla del análisis" al acto de enseñar, dice que procederá "examinando por partes, y poniendo en cada lugar, todo lo que me parece útil para hacer inteligible su doctrina".

Esto corresponde a un propósito pedagógico de no fundamentar la enseñanza directamente en la presentación del original, ya que siendo la Geometría la más importante de las obras de Descartes, es la de más difícil lectura. Por otra parte, en el discurso del “Método matemático”, Mutis se había referido a la “regla de síntesis” interpretándola igualmente en un contexto pedagógico:

[Que] todas las proposiciones cuyas verdades no constan a primera vista por la significación y percepción de los mismos términos con que se enuncian, se hayan

de probar demostrando muchas verdades, y por medio de las definiciones supuestas, los axiomas concedidos y las proposiciones ya demostradas. (Hernández de Alba, 1982, p. 126)

En un manuscrito con comentarios sobre esta lección en geometría analítica, Mutis advierte que no es su intención hacer ningún elogio a M[onsieur] Descartes, primero porque no lo podría hacer al nivel de lo que ese "gran hombre" se merece, pero ante todo porque "el mejor elogio será el explicar bien su Geometría". Parece que Mutis quiso así dejar en claro a sus alumnos que comprender al geómetra es una cosa y combatir al filósofo de sistema es otra.

Para la realización del primer propósito, explicar bien la geometría cartesiana y facilitar su comprensión entre sus alumnos, muy probablemente Mutis aprovechó las *Lecciones de matemáticas* de La Caille (La Caille, 1747), un texto de reconocida utilidad pedagógica en su época, y al cual se refiere en varios de sus escritos. La Caille le habría aportado a Mutis una visión menos especulativa y más orientada al abordaje del método analítico en la enseñanza del álgebra y la geometría analítica. Más adelante nos encontraremos de nuevo con este texto cuando examinemos las características de la enseñanza de estos mismos cursos, esta vez por Lino de Pombo (1797-1862) en el Colegio Militar.

En cuanto a la crítica mutisiana a la filosofía de sistema, en las lecciones de 1764 sobre los "Elementos de la filosofía natural" (Hernández de Alba, 1982), Mutis consagra varios apartes a rebatir el método de los escolásticos de construir sistemas globalmente explicativos "inventados por la fuerza del ingenio". Argumentando contra las pretensiones cartesianas de deducir la explicación de los efectos a partir de causas formuladas dentro de sistemas *a priori*, Mutis vuelve a referirse a los métodos analítico y sintético, pero ahora no en la perspectiva logicista sino relacionándolos con su interpretación newtoniana en el estudio de la naturaleza. Comenta Mutis en sus "Elementos" que Newton habría procedido en su mecánica de acuerdo al método de análisis-síntesis:

Estableció... que de las causas particulares se fuera subiendo a otras más generales; y de éstas finalmente a las más generales entre todas. Este es el método analítico. Después de haber descubierto estas causas se debe bajar por un orden contrario, considerándolas ya como principios establecidos para explicar por este medio las causas menos generales, y después los fenómenos que son sus consecuencias; haciendo ver de este modo la solidez y firmeza de estas explicaciones. Este es el método sintético. (Hernández de Alba, 1982, p.51).

Es importante anotar que en la anterior interpretación sobre el uso newtoniano del método de análisis y síntesis en la filosofía natural, Mutis parece haberse inspirado en la aproximación experimentalista al método que aparece en la Cuestión 31 de *Opticks* (Newton, 2003). Hoy sabemos que las lecciones de Mutis de 1764 sobre la filosofía natural de Newton corresponden a la primera parte de su formación newtoniana adquirida en Cádiz en los años 1753-1757, en los cuales frecuentó la Asamblea Amistosa Literaria dirigida por Jorge Juan.

También parece haber sido orientado por éste a participar en las actividades del recientemente creado Observatorio Astronómico en esa ciudad (González de Posada, 2008). Posteriormente, entre 1757 y 1760, aprovecha una estancia como médico en la corte de Madrid para fundamentar su formación científica particularmente en matemáticas y física, a través del estudio de las obras de los físicos experimentalistas entonces más reconocidos: los holandeses Willen 's Gravesande y Pieter van Musschenboek, y los franceses Sigaud de la Fond y Jean Antoine Nollet, obras estas que enseñó y difundió en la primera etapa de la cátedra en la Nueva Granada (Arboleda, 1993).

Esta preparación inicial se cualificará en los años siguientes en Colombia, llegando a su madurez con la traducción al castellano de los *Principia* de Newton en la célebre edición latina (Leseur & Jacquier, 1739-1742). Es importante recordar que, comparada con otras, esta edición enriqueció el original con numerosos comentarios históricos y científicos, particularmente útiles para quienes estando alejados de los centros académicos europeos requerían informarse sobre el desarrollo y estado del arte de las matemáticas y la física. La traducción de la obra canónica de la nueva física fue una tarea de enormes proporciones aunque lamentablemente inacabada e inédita, que Mutis realizó alrededor de los años 1770 en colaboración de algunos de sus alumnos más aventajados en la Cátedra de matemáticas, en un momento de álgidas discusiones contra los detractores del copernicanismo y las teorías heliocéntricas. (Arboleda, 1993).

Tanto en los *Principia* como en los comentarios de Leseur y Jacquier aparecen consideraciones sobre la concepción newtoniana del método de análisis-síntesis que seguramente no escaparon a la atención de sus lectores en Santafé de Bogotá, tanto más por la insistencia de Mutis de comprender a fondo el “verdadero método de filosofar”. Así, por ejemplo, desde el Prefacio, Newton advierte que la preocupación central de su filosofía consiste en investigar, a partir de los fenómenos del movimiento, las fuerzas de la naturaleza en lo que correspondería al momento del análisis, y después, a partir del conocimiento de los principios

de estas fuerzas, se pasa a demostrar el resto de los fenómenos; es decir, el momento de la síntesis (Arboleda, 1993) (Molina, 2014).

Así mismo, en el corolario II a las leyes del movimiento se encuentran varios comentarios de Leseur y Jacquier sobre la composición de fuerzas en donde se revela la complejidad del método de la filosofía natural. La traducción del aparte sobre la experiencia del sistema de fuerzas asociado al movimiento de una rueda debe haber aproximado mucho más a Mutis a la comprensión del concepto de matematización newtoniana de la naturaleza, en comparación con las ideas que enseñó a este respecto en la primera parte de divulgación experimentalista de la nueva física.

Una lectura a fondo del comentario de fondo que los editores hacen sobre el estudio de este sistema de fuerzas en el original, como la que tuvo que haber hecho Mutis en la traducción, pone en cuestión cualquier imagen simplificadora que pudiera haber existido sobre la naturaleza y uso del método de análisis-síntesis. En particular, deja en claro que lo decisivo en el método de Newton no es la generalización por inducción de los resultados más simples de la experiencia, sino, como dice Cohen, "un intercambio entre la simplificación e idealización de las situaciones que se dan en la naturaleza y sus análogos en el dominio matemático. De este modo, Newton pudo producir un sistema matemático y unos principios matemáticos que se podrían luego aplicar a la filosofía natural". (Cohen, 1983, p. 34).

Otro momento determinante en la adopción del método analítico en la cátedra estuvo marcado por la introducción en la enseñanza de las obras de Benito Bails, tanto los *Elementos de Matemática* (Bails, 1772-1776, 1783), sin duda el compendio enciclopédico de las matemáticas más importante de España en el siglo XIX, como en su versión abreviada de los *Principios de Matemática* (Bails, 1776).

El tomo segundo de los *Elementos* es un tratado sobre el álgebra. Se estudian esencialmente los métodos de resolución de ecuaciones hasta de cuarto grado y su uso en la aplicación del álgebra a problemas de la geometría; en ello consiste el método analítico para Bails. Análisis es el "arte que enseña los métodos para resolver por el cálculo algebraico las cuestiones que se pueden proponer acerca de las cantidades", y Analistas aquellos matemáticos que se dedican a este ramo o aplicación del cálculo algebraico.

En el tomo tercero se exponen los fundamentos del análisis cartesiano, es decir, se caracterizan las curvas algebraicas, particularmente las cónicas, por el método de coordenadas,

y se determinan sus propiedades mediante el cálculo diferencial e integral. Concluye el tomo con una presentación de ecuaciones diferenciales y un pequeño tratado de trigonometría esférica.

La introducción de Bails en la enseñanza de las matemáticas en Colombia es un hecho de significativa importancia, pues conllevó una transformación en el enfoque pedagógico y en los contenidos a enseñar en la cátedra del Rosario, comparada con la influencia de la obra de Wolff en su etapa fundacional. Mutis recomienda a Bails en el que el "Plan provisional para la enseñanza de las matemáticas en el Colegio de Nuestra Señora del Rosario" de 1785 (Hernández de Alba, 1982, p. 120).

En la presentación del plan al virrey Caballero y Góngora Mutis explica que si al comienzo de la cátedra en 1762 había preferido el compendio y el curso completo de Wolff, fue por "la dilatada experiencia de enseñar de aquel profesor" y porque estas eran "obras excelentes en su tiempo y modelo de las que posteriormente se han publicado". Pero los avances posteriores de las teorías matemáticas, agrega, han evidenciado que las obras de Wolff son "en cierto modo defectuosas" y que ya no convienen a la instrucción. Por el contrario, el curso completo y el compendio de Bails son a su juicio "las obras más excelentes de que no puede gloriarse a competencia alguna otra Nación de Europa..., y se enseñan actualmente con excelentes resultados en la Real Academia de San Fernando y en todas las Escuelas de la Península donde se han adoptado." (Hernández de Alba, 1982, p. 120).

La opinión puede parecer desmesurada en cuanto a ubicar el compendio de Bails como una de las mejores obras de Europa, a no ser que esta opinión se refiera al hecho de que, como lo reconoce el propio Bails en su prólogo, en su realización extractó y copió de las obras clásicas y modernas, en particular de los cursos recientes de Bézout y Cramer, aquello que de acuerdo con los propósitos pedagógicos del plan le pareció más indicado, "enlazando con todo esmero los pedazos para la formación de un tratado". (Bails, 1772-1783, pp. XIII-XIV).

Pero Mutis no se equivoca en su percepción de la inmediata difusión de la primera edición y posteriores reimpresiones de Bails tuvieron en España y en América, y su influencia en la preparación de un nuevo espíritu científico en las ciencias matemáticas. Esta acogida venía a responder a los nuevos derroteros de la institucionalización de la enseñanza en España y sus colonias, y a las expectativas de formación matemática centrada ya no tanto en una curiosidad ilustrada por las matemáticas, como en la búsqueda de una comprensión integral y formalizada

de las teorías más avanzadas del momento. Todo ello enfocado en aquellos saberes que, como decía Bails en el prólogo general de la obra, satisfacen las "empresas de universal utilidad", y coadyuvan al interés natural de "sacrificar la especulación a la práctica".

Por cierto, en el prólogo Bails pone las *Lecciones* de La Caille como ejemplo de lo que él entendía como moderna concepción de "curso completo de matemáticas", pero lamenta que ellas fueran extremadamente concisas y que hubieran omitido importantes temas sobre todo en matemáticas puras. Sin embargo, reconoce que esta concisión no obedecía a impreparación de su autor sino a un empeño consciente de solo exponer en el texto los fundamentos de las materias a enseñar, dejando al profesor la tarea de complementarlas y explicarlas en la enseñanza en el aula.

Según Bails esta concepción pedagógica buscaba reemplazar el dictado en la enseñanza de las matemáticas. Se trataba de impedir que, por mantener fija la atención en el dictado de las materias más que en su comprensión, los alumnos cometieran errores en la copia apresurada, concretamente de cálculos y fórmulas complicadas. Estos errores eran incluso frecuentes en la copia más esmerada de las figuras y diagramas con los cuales se ilustraban los contenidos. (Bails, 1772-1783).

El método analítico en el Colegio Militar de Bogotá

Después del establecimiento de la cátedra de matemáticas en el Colegio del Rosario, la enseñanza moderna de las matemáticas tuvo que esperar hasta la creación del Colegio Militar (1848-1854) para volver a encontrar su dinámica transformadora. La nueva institución se inspiró del modelo de la *École Polytechnique* de París y fue creada como parte de la política de la primera administración de Tomás Cipriano Mosquera (1798-1878) que apuntaba a generar capacidades científicas e intelectuales endógenas tanto para el desarrollo económico, como para avanzar en la organización del estado republicano, el cual, a pesar de todos los esfuerzos anteriores, todavía a mediados del siglo no había podido romper las ataduras con el pasado colonial.

En el Colegio Militar y luego en la Escuela de Ingeniería de la Universidad Nacional, se educaron los ingenieros civiles y profesores de ingeniería que a lo largo de la segunda mitad del siglo XIX tuvieron la responsabilidad de asegurar, junto con contratistas extranjeros, los programas de construcción de obras públicas y la enseñanza de las matemáticas y la ingeniería (Sánchez, 2004) (Albis & Sánchez, 2015) (Poveda, 2012). Una de las funciones más importantes

de esta élite de “matemáticos de la república” era pues, acrecentar el capital cultural del Estado representado en la reproducción del cuerpo de profesionales con formación técnica e intelectual. Y una manera de garantizar la idoneidad de esta formación era la escritura de textos autóctonos.

Les correspondió a dos de los miembros destacados de esta élite, Lino de Pombo e Indalecio Liévano (1834-1913), su alumno más destacado en el Colegio Militar, la tarea de publicar los primeros textos para la enseñanza superior en geometría, aritmética y álgebra en la década de los años 1850 (Liévano, 1856) (Pombo, 1850) (Pombo, 1858). Pombo fue el primer ingeniero colombiano con un grado en la Academia de Ingenieros de Alcalá de Henares. Entre 1833 y 1857 alternó sus funciones en la enseñanza de las matemáticas y la ingeniería con las responsabilidades de Estado bajo nueve administraciones de la República, como secretario de varias carteras (interior, relaciones exteriores y hacienda), embajador, representante a la cámara, senador, banquero y encargado de la primera codificación del sistema de leyes del país.

Pombo era pues, el individuo mejor situado como funcionario de Estado para fijarle su rumbo estratégico a la producción de textos, y como ingeniero y matemático tenía la suficiente idoneidad para establecer el canon de rigor para la realización conceptual y pedagógica de la empresa. Sus *Lecciones de geometría analítica*, en particular, fueron el resultado de una experiencia sistemática de varios años en la enseñanza de ese curso en el Colegio Militar. En el prólogo se advierte que la publicación respondía a una necesidad de impulsar en el país el desarrollo científico:

La falta de textos adecuados para la enseñanza ó solitario aprendizaje de varios ramos de las matemáticas puras en su estado actual de adelanto, falta lamentable en la presente época en que principia a estar en boga en el país el estudio reflexivo de las ciencias exactas, es lo que ha motivado la publicación de esta obra, como ensayo para otras de la misma especie. (Pombo, 1850, p. i)

En su investigación sobre el Colegio Militar, sin duda la más completa hasta el momento, Eychenne observa que la importancia de las matemáticas en el programa del Colegio Militar se debe a la generalidad de las nociones y métodos de enseñanza (Eychenne, 2013). Tal generalidad está asociada al “análisis matemático” y a la utilización del método analítico. Este método analítico se despliega en todos los ramos de las matemáticas, pero se concentra en particular en tres enseñanzas del Colegio Militar: la geometría analítica de Lino de Pombo, y el cálculo diferencial e integral y la mecánica del profesor francés Aimé Bergeron. Nos limitaremos en este trabajo a examinar las consideraciones sobre el método analítico de Pombo.

En su “Introducción” a (Pombo, 1850), Pombo manifiesta su confianza de no hallar en su texto “vacío notable, ni desvío de los métodos modernos justamente reputados como los más perfectos, los de la escuela francesa que es la de los grandes maestros en las ciencias a que se aplica la ingeniosa y fecunda intervención del análisis.” Pombo no profundiza en esta idea pero se puede afirmar que tanto por la orientación que imprimió al Colegio Militar desde su creación, como por sus convicciones de hombre público y por su formación moderna como ingeniero matemático, estaba al tanto de las apuestas epistemológicas y cognitivas de los métodos de enseñanza franceses.

Tales apuestas habían sido definidas por Laplace en su curso inaugural de las sesiones académicas en las Escuelas Normales durante el período de 1794 y 1795:

Presentar los descubrimientos más importantes adelantados en las ciencias, desarrollar sus principios, llevar a reconocer las ideas finas y afortunadas que les dieron origen, indicar la vía más directa que puede conducir a ellos, las mejores fuentes para profundizar en los detalles, aquello que aún resta a hacer, el camino a recorrer para elevarse a nuevos descubrimientos; tal es el objeto de la Escuela Normal, y es bajo este punto de vista que en ella se considerarán las matemáticas. (Dhombres, 1980, p.323).

Pombo debía saber que los “métodos modernos franceses de los grandes maestros”, en este caso Laplace, reposaban sobre el ideal del análisis de los principios como fuente de creatividad matemática. Estos aspectos constitutivos del “método revolucionario” marcaban una transformación radical, tanto cognitiva como epistemológica, con respecto a la enseñanza tradicional de las matemáticas. El método revolucionario era ante todo analítico (Dhombres, 1980). Ya no se trataba de enciclopedismo o de sobrecargar los estudios con un cúmulo de saberes y técnicas matemáticas, sino de impartir la enseñanza de las matemáticas de acuerdo con un orden determinado aprovechando los saberes ya consolidados. Los enfoques de formación que privilegiaba la república eran aquellos que movilizaban “operaciones intelectuales del análisis”. En este sentido se retomaba el punto de vista de Condillac, para quien “si las ideas matemáticas son exactas es porque son producto del análisis” (Schubring, 2005, p. 282).

Otra consideración sobre el método analítico que interesa destacar en las *Lecciones* tiene que ver con la problemática de “antiguos y modernos” que aparece en la “Introducción”. Pombo se apoya en la autoridad de Lacroix para afirmar la primacía de la geometría analítica sobre la geometría euclidiana, y para resaltar la importancia de aplicar el álgebra a la geometría. En las

Lecciones hay varios indicios de la lectura esmerada por parte de Pombo de los textos de Lacroix, concretamente en aritmética, álgebra y geometría analítica.

La anterior problemática es abordada por Lacroix, entre otros, en el comentario a su *Traité élémentaire de trigonométrie* (Lacroix, 1817) que se encuentra en los *Essais sur l'enseignement en général* (Lacroix, 1838). Allí se refiere a la geometría analítica como esa “rama debida enteramente a los modernos y cuyo descubrimiento les dio inmediatamente una inmensa superioridad sobre los antiguos”. También explica que la innovación de Descartes frente a los antiguos e incluso a sus predecesores, consiste en haber creado un objeto curva-ecuación completamente nuevo y, más importante todavía, en haber sentado las bases para el desarrollo de una fecunda teoría de las curvas algebraicas.

Cabe recordar a este respecto que el nuevo dominio abierto por Descartes retoma los aportes de Vieta e introduce varias originalidades: 1) El empleo de las curvas-ecuaciones para resolver problemas geométricos. 2) La investigación de las soluciones de ecuaciones de grado arbitrario mediante el siguiente método: las ecuaciones de grado $2n - 1$ se resuelven por la intersección de un círculo y una curva de grado n . Dada una ecuación $F(x, y) = 0$ de grado $2n - 1$ o $2n$, se fija una de sus coordenadas y se encuentra la otra a partir de la ecuación reducida. 3) El estudio de las curvas, tanto por las características de su construcción (por ejemplo, el folium de Descartes), como por la tangente a la curva. Estas tres originalidades se constituirán en líneas nuevas de investigación para el desarrollo del análisis en los siglos subsiguientes.

Otro indicio de la presencia de Lacroix en el texto de Pombo se encuentra en la distinción del doble carácter del método de la geometría cartesiana, bajo las modalidades de “análisis determinado” y “análisis indeterminado”. Esta distinción evoca el punto de vista de Lacroix sobre la aplicación del álgebra a la geometría en los *Essais*. Por una parte, el álgebra es un medio de combinar los teoremas de la geometría en la solución de problemas bien determinados. Así lo concibieron Vieta y los algebristas predecesores de Descartes. Por otra parte, dice Lacroix, es un método general para deducir las propiedades del continuo del menor número posible de principios, de acuerdo con la afortunada idea de Descartes y los trabajos de Euler, Lagrange y Monge.

Por su parte, al inicio de la primera lección, Pombo explica en los siguientes términos en qué consiste el análisis determinado en tanto resolución analítica de problemas geométricos (Pombo, 1850, p. 1):

- 1.º En suponer conocido lo que se busca, y bosquejar los datos y los resultados gráficamente.
 - 2.º En sacar de la figura, convenientemente preparada, recordando los teoremas de geometría, proporciones o ecuaciones de relación entre los datos o cantidades conocidas y las que se tomen por incógnitas, todas las cuales se designan por letras, para obtener las fórmulas de solución en función de los datos.
 - 3.º En examinar estas fórmulas analíticamente, para formar exacto juicio de los resultados, y construir geoméricamente los valores algebraicos.
- De la preparación de la figura y la buena elección de las incógnitas dependen en gran parte la fácil resolución de las cuestiones y la importancia de los resultados.

El análisis determinado, continúa, no es más importante que el “indeterminado”, el cual consiste en establecer “la teoría completa” del objeto curva algebraica a partir de su expresión analítica. Luego afirma lo siguiente en relación con la solución del Problema de Pappus que como sabemos condujo a Descartes a la constitución del objeto curva algebraica completamente distinto del objeto cónicas de los griegos: “Débese a Descartes el gran pensamiento de la representación de las líneas por ecuaciones, de las cuales pueden deducirse sus propiedades”.

Sobre este asunto es necesario aclarar que realmente son dos los momentos de la representación figural en la *démarche analytique* cartesiana. La figura es herramienta heurística en la solución del problema (Pappus), en tanto representación de los datos y relaciones del problema en un registro semiótico determinado por un lenguaje y las técnicas del método de coordenadas. Pero una vez encontrada la forma general de la curva-ecuación que resuelve el problema, la figura permite verificar la solución. Este es el momento de la síntesis en el cual se pasa del principio general de la solución, encontrado mediante el método analítico, a la verificación de la solución en una curva-ecuación particular.

Examinemos ahora las concepciones pedagógicas de los textos de Pombo en geometría y álgebra. Conviene recordar que su producción correspondió a una estrategia de publicar por primera vez textos autóctonos para la formación matemática en una institución educativa republicana, con el fin de compartir con otros establecimientos y personas interesadas la experiencia de enseñanza de estos cursos en el Colegio Militar. Esto aparece claramente expuesto en el prólogo de las *Lecciones de aritmética y álgebra* (Pombo, 1858).

Los propósitos del texto son, en primer lugar, contribuir a definir un patrón de referencia en contenidos básicos y enfoque de rigor para la enseñanza de la aritmética y el álgebra en los establecimientos de la República. Se trata de superar la enseñanza empírica, rutinaria y memorística, retomando la tradición de enseñanza de las matemáticas impartida en el Colegio Militar. En segundo lugar, se pretende divulgar los fundamentos de las matemáticas (contenidos útiles, lógica y método) necesarios para la “regeneración constitutiva de la República y el desarrollo de su industria”. En tercer lugar, se espera contribuir a la elaboración de textos para la enseñanza en las condiciones del contexto colombiano. Los textos autóctonos de la élite (además de Pombo, de Indalecio Liévano y Manuel Peña) cumplen estos propósitos y, por consiguiente, constituyen un valioso capital científico para el cual Pombo reclama una estrategia de fomento por parte del Estado. Ver a este respecto (Eychenne, 2013; Eychenne, 2017; Sánchez, 2004).

En un documento de marzo de 1848 sobre las características de la enseñanza que el Colegio se proponía impartir, Pombo justifica su propuesta de elaborar textos autóctonos, en particular en geometría analítica, en los siguientes términos (Eychenne, 2013, p. 202):

(Se trata de) evitar a los alumnos de la clase de matemáticas la molestia y la pérdida de tiempo consiguiente a la necesidad de copiar las lecciones, como por ejemplo imprimir o litografiarlas, mucho se ganaría también. Bajo el concepto bien entendido de que no puede prescribírsese que me sujete en mis lecciones a texto determinado por que ni los hay adecuados y con la abundancia precisa, ni puedo comprometer a enseñar de esta manera.

Se observa que Pombo se opone a adoptar uno cualquiera de los textos conocidos porque, aún en el caso de estar accesibles a nivel local, ninguno le parece adecuado a la modalidad de enseñanza que se busca impartir en el Colegio; en particular, una enseñanza en la cual se prescindiera de la copia de lecciones por parte del alumno. De ahí que en los prólogos de los textos ya publicados reconozca que ambos fueron elaborados a partir de materiales de enseñanza de sus cursos en aritmética, álgebra y geometría analítica profesados en años anteriores.

Estos materiales iniciales tenían el formato de “cuadros sinópticos” para la enseñanza personal del profesor. Seguían la presentación tradicional de integrar las ideas esenciales del curso en una organización sintética. Los cuadros eran revisados y mejorados anualmente en función de la experiencia de su enseñanza en el contexto local. Fueron corregidos y ampliados en forma de textos, pensando en disponer recursos para la enseñanza y el aprendizaje en el Colegio Militar, en otros establecimientos de la República y en el estudio autodidacta. Pombo

asegura haber tenido en cuenta en su elaboración, la organización de contenidos de otros textos conocidos con sus respectivos enfoques didácticos.

Nos encontramos aquí, según parece, con la influencia en Pombo del patrón de textos introducido por La Caille, a quien cita explícitamente al inicio del prólogo de sus *Lecciones de aritmética y álgebra*. Pombo apela en ese caso a la autoridad de La Caille para explicar la razón de fondo del título de la obra: el álgebra como extensión de la aritmética, lo cual se explicita más adelante en (Pombo, 1858, p. v):

No es cosa inusitada la combinación de la Aritmética con el Álgebra, para la mejor enseñanza de estos dos ramos de las Matemáticas que en realidad constituyen uno solo: la ciencia elemental del cálculo: compruébalo la simple cita del curso francés del Abate La Caille, tan acreditado en su tiempo

Efectivamente en las *Lecciones* La Caille tematiza la anterior idea bajo la siguiente concepción ya para entonces ampliamente difundida: “El Álgebra es una Aritmética universal, es la ciencia de la cantidad en general; como la Aritmética es la ciencia de los números” (La Caille, 1747).

Pero, más allá de esta cita, lo que interesa destacar son las similitudes del enfoque pedagógico de Pombo con el patrón de las “tan acreditadas en su tiempo” lecciones de La Caille. En primer lugar, los textos de La Caille en matemáticas, mecánica, astronomía y óptica, resultaron de su práctica de enseñanza en el Colegio Mazarin de París en el contexto del periodo 1741-1750. Otras de las características de este patrón son las siguientes (Confalonieri, 2015):

Las lecciones de La Caille son abreviadas y la presentación de contenidos se concentra en las ideas fundamentales. Para el caso de las matemáticas, en aritmética, álgebra, geometría, secciones cónicas y elementos de cálculo diferencial e integral. El propósito de no escribir todas las explicaciones apuntaba a despertar la atención del lector y mantenerlo activo en el proceso de lectura.

Estaban escritas en francés, rompiendo con la vieja tradición de publicar textos de enseñanza científica en latín. La Caille consideraba que la lengua materna, en su caso el francés, era la más adecuada para explicar las matemáticas, pues permitía una más fácil comprensión de los contenidos matemáticos por parte de los alumnos.

Eran una especie de cuadernos para el uso escolar. El profesor desarrollaba las ideas abreviadas en explicaciones orales a los alumnos, pero sin utilizar el dictado, lo cual fue una

innovación pedagógica en su tiempo. Su propósito era economizar al alumno el tiempo antes empleado en transcribir las lecciones del profesor.

También se introduce el uso de recursos tipográficos para coadyuvar en la explicación de los temas y fragmentos discursivos según su importancia en la enseñanza. Por ejemplo, en los dos tipos de letras empleados en las lecciones de La Caille, el más pequeño servía para explicar los tópicos más avanzados. Esta innovación será adoptada luego por los más destacados autores como Bézout.

En conclusión, el enfoque pedagógico de La Caille apunta a facilitar el aprendizaje de los principiantes centrando la enseñanza en los contenidos básicos que se podían abordar dentro de los límites de tiempo disponibles (La Caille, 1747, p. 38):

Poner a disposición del alumno un libro con el resumen en una o dos páginas de todo lo explicado en cada una de las lecciones, de manera que al ver éste rápidamente lo que acaba de escuchar y lo que debe aprender, no caiga en el aburrimiento y el desaliento que causa la exposición de una larga sucesión de razonamientos abstractos y detallados...

Las características anteriores que hacían de las *Lecciones* de La Caille un texto más apropiado para el aprendizaje de las matemáticas, eran familiares para la elite de criollos ilustrados en Colombia desde que Mutis lo utilizó en la cátedra de matemáticas desde 1762. El gaditano pudo incluso haberse basado en las *Lecciones* para impartir la primera enseñanza de la geometría cartesiana.

Hay numerosos indicios de que además de las actividades de enseñanza formal, los textos de La Caille también se utilizaron y fueron apropiados por los eruditos criollos en prácticas de saberes en astronomía, geografía y cartografía, relacionadas con la exploración y reconocimiento del territorio de los Andes. De manera que cuando Pombo utiliza La Caille en el Colegio Militar ochenta años después, ya existía una tradición de enseñanza y aprendizaje de los fundamentos de las matemáticas de acuerdo con este formato pedagógico.

Retornemos la cuestión de la influencia epistemológica y cognitiva de Lacroix en los textos de Pombo, para avanzar en la comprensión del proceso de apropiación local de la idea de la escuela francesa del álgebra como fundamento del método analítico. Con base en documentación de archivo Eychenne ha indicado que el *Curso Completo de Matematicas* (Lacroix, 1821) y los *Essais* (Lacroix, 1838) aparecen registrados en varias listas, en la que acompaña la propuesta de Pombo de crear una Academia Militar desde 1827, en la lista de la

adquisición bibliográfica para el Colegio Militar de 1849 y, por último, en la lista de la biblioteca del mismo colegio en 1852 (Eychenne, 2013).

Antes nos hemos referido a la conexión de las ideas de Pombo en sus *Lecciones de geometría analítica* con las de Lacroix en los *Essais*, concretamente sobre la problemática de antiguos y modernos y la aplicación de los métodos del álgebra a la geometría. Pero existen otras similitudes en esta materia.

Lacroix considera que es un error del autor de los textos de álgebra sobrecargar su obra con operaciones aritméticas que no se presentan naturalmente. Vale más emplear el tiempo, dice, en que los alumnos conozcan resultados nuevos, y procesos diferentes para llegar al mismo resultado. Por otra parte, hay que escoger siempre los métodos más generales, pues al hacerlo se evitan las redundancias, los dobles empleos.

En este contexto cita nuevamente a Laplace, ahora en relación con el ideal de simplicidad del análisis matemático: “Preferid en la enseñanza los métodos generales, limitaos a presentarlos de la manera más simple, y veréis al mismo tiempo que son casi siempre los más fáciles.” Y agrega: “veréis también que son los más adecuados para hacer conocer la verdadera metafísica de la ciencia.

En el caso de la matemáticas, esta “metafísica” se entendía como el *nouvel esprit de l’analyse*, es decir, la nueva manera de entender los fundamentos del análisis propuesta por Lagrange desde 1760. Parte importante de su programa consistía en sustituir en los principios del cálculo diferencial el uso de infinitésimos, cantidades evanescentes, límites y fluxiones, y reemplazarlos por los métodos generales del análisis algebraico. Esto es, movilizándolo el método de los límites en el estudio de la expresión analítica del desarrollo de una función.

Lacroix se inspiró en Lagrange para escribir su curso de cálculo (Lacroix, 1802), y agregó notas sobre sus trabajos en sucesivas ediciones de éste y en otros tratados suyos. Pombo, lector de los *Essais*, debe haber reconocido el siguiente lineamiento de Lacroix sobre el tratamiento del cálculo en la enseñanza, pero que se podía aplicar de igual manera a otros campos como la geometría analítica y el álgebra (Lacroix, 1838, p. 341):

He tratado de presentar la metafísica del cálculo diferencial con un grado suficiente de rigor y claridad, sin caer en exposiciones muy detalladas para prevenir antes de tiempo las dificultades, que deben tratarse en la medida que se presentan de forma natural.

Así mismo pudo haber captado y asumido como propia, la postura pragmática adoptada por Lacroix en sus textos, que lo conducía a mantener cierta cautela frente a las “finuras” en las consideraciones de los analistas (Lacroix, 1838, p. 345):

Como lo he repetido, la cantidad de temas que deben entrar en la instrucción de la juventud es tan grande que a pesar de su interés intrínseco, hay que dejar de lado todo aquel que no sea de aplicación frecuente... Estos objetos diversos, relacionados unos con otros y desarrollados sobre una escala común, ofrecen un estudio muy conveniente a los lectores que deseen avanzar lejos las Matemáticas puras, y seguir paso a paso los esfuerzos hechos por los geómetras en perfeccionar la ciencia.

Una de tales “finuras” epistémicas en el estilo riguroso del análisis algebraico, era el tratamiento de las distintas modalidades de enunciación y demostración del Teorema Fundamental del Álgebra. El TFA es un importante revelador de la heurística del desarrollo de los métodos generales del álgebra aplicados al análisis en el siglo XVIII (D’Alembert, Euler, Lagrange, Laplace) y a comienzos del XIX (Gauss). Para el caso de la conexión entre los textos de álgebra de Lacroix y Pombo interesa, en particular la expresión “pragmática” del TFA como una factorización lineal: Todo polinomio de grado $n \geq 1$ se puede descomponer en un producto de n raíces, lo cual basta para formar en los alumnos la competencia analítica necesaria en el cálculo algebraico.

Un tema interesante para continuar profundizando en el estudio de la formación histórica del pensamiento analítico en Colombia, consiste en precisar las analogías y diferencias que mantienen los textos de Pombo con los de Lacroix y otros autores que aquel pudo consultar en relación con la presentación del TFA en la enseñanza. Para el caso de Lacroix, el referente es el anexo “Théorie générale des équations” de los *Éléments d’Algèbre* (Lacroix, 1830), además de los comentarios sobre sus variaciones temáticas en los *Essais* (Lacroix, 1838); en el caso de Pombo, el aparte “Composición de las ecuaciones en general” de la Lección 25 de las *Lecciones de aritmética y álgebra* (Pombo, 1858). Tal estudio comparativo excede el objetivo general de la presente publicación.

Referencias

Albis, V. & Sánchez, C. H. (2015). Matemáticas e ingeniería una historia compartida en Colombia desde 1848. En Arboleda, L. C. (Ed.) (2015). *Desarrollo histórico de las matemáticas y la ingeniería en Colombia en los siglos XIX y XX*. Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, pp. 61-80.

- Arbeláez, G. I. & Recalde, L. C. (2012). El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950). *Quipu, Revista latinoamericana de historia de la ciencia y la tecnología*, vol. 14, pp. 363-394.
- Arboleda, L. C. (1993). Matemáticas, Cultura y Sociedad en Colombia. En: Quevedo, E. (ed.) (1993), pp. 13-172.
- Arboleda, L. C. (Ed.) (2015). *Desarrollo histórico de las matemáticas y la ingeniería en Colombia en los siglos XIX y XX*. Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Bails, B. (1772-1783). *Elementos de Matemáticas*. 10 vols. Madrid: Joachim Ibarra.
- Bails, B. (1776). Principios de Matemática. 3 vols. Madrid: Vda. de Ibarra.
- Bjarnadóttir, K., Furinghetti, F., Prytz, J. & Schubring, G. (Eds.) (2015). “Dig where you stand” 3. *Proceedings of the Third International Conference on the History of Mathematics Education*. Uppsala: Uppsala University.
- Caramalho Domingues, J. (2008). *Lacroix and the calculus*. Basel: Birkhauser.
- Cohen, I. B. (1983). *La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas*. Madrid: Alianza.
- Confalonieri, S. (2015). Teaching the mathematical sciences in France during the eighteenth century: a few examples from some of the most used textbooks. En: Bjarnadóttir et al (2015), pp. 137-149.
- Dhombres, J. (1980). L’enseignement des mathématiques par la “méthode révolutionnaire”. Les leçons de Laplace à l’École normale de l’an III. *Revue d’histoire des sciences*, vol. 33, n° 4, pp. 315-348.
- Dhombres, J. (1989). Enseignement moderne ou enseignement révolutionnaires des sciences? *Histoire de l’éducation*, n° 42, Les enfants de la patrie: Éducation et Enseignement sous la Révolution française, pp. 55-76.
- Eychenne, B. (2013). *L’enseignement de Lino de Pombo au Colegio Militar de Bogotá: Les Leçons de géométrie analytique (1850)*. Mémoire de Master 2 en Histoire des sciences et des techniques. Université de Nantes, France.
- Eychenne, B. (2017). L’enseignement de la géométrie au Colegio Militar de Bogota (1848-1884): un exemple de circulation, d’appropriation et de production de savoirs mathématiques. *HISTEMAT-Revista de História da Educação Matemática*, ano 3, n° 1, pp. 4-24.
- González de Posada, F. (2008). José Celestino Mutis médico, y la ciencia fundamental de su tiempo en España. *Real Academia de Medicina de Cantabria*, n° 26.
- Hernández de Alba, G. (1982). *Pensamiento científico y filosófico de José Celestino Mutis. Bogotá*: Ediciones Fondo Cultural Cafetero.
- La Caille, N.-L. de. (1747). *Leçons Élémentaires de Mathématiques ou Élémens d’Algebre et de Géométrie*. Paris: Guerin.
- Lacroix, S.-F. (1802). *Traité élémentaire de calcul différentiel et du calcul intégral. Précédé de réflexions sur la manière d’enseigner les Mathématiques, et d’apprécier dans les examens le savoir de ceux qui les ont étudiées*. Paris: Duprat.
- Lacroix, S.-F. (1817). *Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique et d’application de l’algèbre à la géométrie*. 4e éd. Paris: Courcier.

- Lacroix, S.-F. (1821). *Curso completo elemental de matemáticas puras*. Tomo II, Álgebra. Traducido por Josef Rebollo y Morales. Madrid: Imprenta Real.
- Lacroix, S.-F. (1830). *Éléments d'Algèbre*, à l'usage de l'École Centrale des Quatre Nations. 15e éd. Paris: Bachelier.
- Lacroix, S.-F.. (1838). *Essais sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier*. Paris: Bachelier.
- Leseur, T. & Jacquier, F. (1739-1742). *Philosophiae naturalis principia mathematica auctore Isaaco Newtono eq aurato: perpetuis commentaris illustrate*. Genevae: Barrillot.
- Liévano, I. (1856). *Tratado de Aritmética*. Bogotá: Imprenta de Zalamea.
- Molina, S. (2014). Aspectos metodológicos de la demostración de la fuerza en los *Principia* de Newton, *Praxis Filosófica*, vol. 39, pp. 67-92.
- Newton, I. (2003). *Opticks, or, A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections, and Colours of Light*. New York: Prometheus Books.
- Pombo, L. De (1850). *Lecciones de geometría analítica*. Bogotá: Imprenta El día.
- Pombo, L. de (1858). *Lecciones de aritmética i álgebra*. Bogotá: Imprenta de la Nación.
- Poveda Ramos, G. (2012). *Historia de las matemáticas en Colombia*. Bogotá: Unaula.
- Quevedo, E. (ed.) (1993). *Historia Social de la Ciencia en Colombia*. Tomo II, Matemáticas, Astronomía y Geología. Bogotá: Colciencias.
- Sánchez, C. H. (2004). Escuela de Ingeniería y Matemáticas en el siglo XIX. En: Umaña Luna et al. (2004), pp. 25-46.
- Schubring, G. (2005). Conflicts between generalization, rigor, and intuition. Number concepts underlying the development of analysis in 17–19th century France and Germany. New York: Springer.
- Umaña Luna, E., Cuartas, I., Gil, C. E. & Otero, P. E. (2004). *La Universidad Nacional en el siglo XIX: Documentos para su historia, escuela de jurisprudencia*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Wolff, Ch. (1713-1715). *Elementa matheseos universae. Qui commentationem de methodo mathematica, arithmetica, geometriam, trigonometriam planam, et analysisin tam finitorum, quam infinitorum complectitur*. 2 vols. Halle."
- Wolff, Ch. (1757). *Cours de mathématique contenant toutes les parties de cette science mises à la portée des commençants*. Paris: Jombert.

Autor:

Luis Carlos Arboleda

luis.carlos.arboleda@gmail.com

Doctor en Historia y Enseñanza de las Matemáticas, EHESS, Paris.
Profesor emérito, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali, Colombia.
Grupo de investigación en Historia y Filosofía de la Práctica Matemática.
Grupo de investigación Nación, Cultura y Memoria.