

DISEÑO DEL "PROGRAMA DE CÁLCULO INTEGRAL" EN EL CURSO UNIVERSITARIO BÁSICO DE INGENIERÍA, BAJO EL ESQUEMA DIDÁCTICO DE MANEJO DE CONCEPTOS

Julio César Castro Rosado

julio.castror@ug.edu.ec

Universidad de Guayaquil- Ecuador

Recibido: 26/04/2018. Aceptado: 11/10/2018

Resumen

En este trabajo se describe un nuevo diseño particular de la asignatura: "Cálculo Integral", en la Universidad de Guayaquil (201), con la descripción de un estilo de enseñanza en donde el docente interactúa con sus estudiantes en una motivación a la participación en el desarrollo de las definiciones básicas y generales de la segunda matemática del básico universitario de ingeniería. El estudio inicia con el diseño de la propuesta del nuevo "Cálculo Integral", en reuniones con docentes con experiencia en el área, luego se agregó el esquema denominado "Manejo del Concepto", como aporte personal de estilo, en la llamada "Efectividad Docente". La investigación parte del conocimiento previo en 10 secciones estudiadas de: un porcentaje de aprobados del 57% con un promedio de nota aprobatoria de 7,6 puntos, para el ciclo 2017-2018 anterior como referencia a superar. El trabajo cierra con: 1) Una propuesta lógica sobre los exámenes finales de mejoramiento o de recuperación, y 2) Con recomendaciones sobre los formatos de entregas de notas definitivas, para incluir variables como las aquí estudiadas. Porque incluso se puede después realizar el seguimiento de los estudiantes aprobados en asignaturas siguientes, donde el "Cálculo Integral" es pre-requisito, para verificar una especie de valoración del aprendizaje obtenido en esta asignatura.

Palabras Clave: Manejo del Concepto, programa propuesto y efectividad docente.

DESIGN OF THE "INTEGRAL CALCULUS PROGRAM'S" IN THE BASIC UNIVERSITY COURSE OF ENGINEERING, UNDER THE DIDACTIC SCHEME CONCEPT MANAGEMENT'S

Abstract

In this work a new design of the subject is described: "Integral Calculus", in the University of Guayaquil (201), with the description of a teaching style where the teacher interacts with his students in a motivation to participate in the development of the basic and general definitions of the second mathematics of the basic university engineering. The study begins with the design of the proposal of the new "Integral Calculus", in meetings with teachers with experience in the area, then added the scheme called "Management of the Concept", as a personal contribution of style, in the so-called "Teaching Effectiveness" " The research is based on previous knowledge in 10 sections studied: a pass rate of 57% with an average passing grade of 7.6 points, for the previous 2017-2018 cycle as a reference to overcome. The work closes with: 1) A logical proposal on the final exams for improvement or recovery, and 2) With recommendations on the delivery formats of final grades, to include variables such as those studied here. Because you can even then track the approved students in the following subjects, where the "Comprehensive Calculus" is a prerequisite, to verify a kind of assessment of the learning obtained in this subject. Keywords: Concept Management, proposed program and teaching effectiveness.

Introducción

El estudiante aprende como parte de un grupo de personas en su salón de clases, en función de sus interacciones con los compañeros de semestre, con su profesor y con las consultas o fuentes que realice cuando estudia al salir de este; todo ello en el marco de su capacidad de atención ante lo que ocurre en la clase y a su capacidad de entender e interpretar los conocimientos que le son informados, luego el aprendizaje no necesariamente es consecuencia directa y exacta de la enseñanza que ocurre en la clase o de los contenidos programáticos establecidos es un acto individual, pues aún hay quienes creen en esta idealización como supuesto deber ser.

El aprendizaje en cada estudiante suele ser y fundado en capacidades individuales, en procesos de transformación de conocimientos viejos o básicos, de cualquier tópico, en conocimientos propios actualizados, y por la llamada socio interacción con los elementos en el entorno común¹; es decir la clase, en donde en la metodología tradicional aún en algunos docentes usan la secuencia de: Entrada, desarrollo y cierre, definidos como: a) la entrada involucra los temas y conceptos a desarrollar en la clase y sus motivaciones, b) el desarrollo en donde se muestran los conceptos y sus teorías así como la ejercitación general, y c) en el cierre se hacen conclusiones y se introduce el tema siguiente o consecuente. Los tiempos aquí depende del estilo docente y la acción y contenido en sí, son tema de discusión hoy en día por su dependencia con la extensión del tema particular a enseñar y de la asignatura dada; de hecho hoy en día son escasos los docentes que conocen esta "forma" o la usen.

En este trabajo se expone una metodología en donde los momentos de la clase están de la mano o dependientes del manejo de los conceptos del tema a desarrollar en cuatro partes llamadas: a) Motivación del tema y sus conceptos, b) Desarrollo del concepto desde el principal a los siguientes en ritmo, c) La aplicación y transcendencia del concepto, para luego cerrar en la, d) Historia del concepto; según los tiempos de cada clase, basado en un trabajo similar en la cátedra de Física I, (Tirado, 2008), con interesantes resultados de participación estudiantil hasta ahora. El trabajo se hace en la cátedra de Matemática II, del básico Universitario de ingeniería, ahora llamado "Cálculo Integral", en un desarrollo de clase que se asume como diseño propuesto.

¹ Aprendizaje significativo de Ausubel y por relaciones sociales de Vygotsky.

Para ello la metodología en la clase puede contar con la entrada o inicio en donde se realiza la motivación al tema, un desarrollo del concepto como consecuencia de la ejercitación en el mejor posible orden de dificultad, indicando su transcendencia, aplicación del concepto, al existir una “utilidad” lógica de los conocimientos estudiados, y por supuesto una definición formal de los conceptos trabajados, así como la historia de estos conceptos y sus protagonistas, en un cierre de la clase que sea preámbulo y motivación a la clase siguiente, en especial cuando los temas son dependientes y prelativos.

Este esquema asume que el conocimiento en general es intransferible y que el concepto formal surge, por procesos empíricos, muy al contrario del estilo de clase donde se ofrece primero el concepto último y formal, para luego la o sus aplicaciones, en vez de iniciar con prácticas y motivaciones que formalicen el concepto, en un ciclo retroalimentado. Este trabajo ofrece además del diseño de los “Momentos de la Clase”, adaptados al nuevo “Cálculo Integral”, la propuesta de un diseño estándar en la entrega general de notas, que incluyan variables importantes para estudios futuros sobre efectividad docente en la programación.

La idea es buscar una evolución temprana al esquema tradicional de la forma y fondo de la clase de la Matemática II, y proponer revisiones de efectividad docente, una vez que aquí se hizo la revisión de estas dos variables de interés sobre este tópico: el porcentaje de aprobados y el promedio de notas en estudiantes aprobados; la primera como medida de eficiencia docente, en una visión de que la “mayoría” se supone debe aprobar, y la segunda de eficacia docente donde se aprecia en los aprobados, “cuanto” se supone que dominaron los contenidos de la asignatura de Cálculo integral.

En adicional al final del diseño, se realiza las observaciones sobre el reglamento actual de las evaluaciones de mejoramiento o de recuperación al final del ciclo, para una propuesta con un criterio lógico.

Las variables que medir y estudiar

Referidas a la posible medida de la efectividad docente como su caracterización en miras del mejoramiento continuo de esta profesión; si bien ni el porcentaje de aprobados o su promedio general de notas están netamente ligados a la acción docente como tal, son de las variables hasta ahora que pueden definir un estilo de enseñanza y evaluación en sus resultados.

El Porcentaje de aprobados

El porcentaje de aprobados es una variable que puede estar relacionada con la eficiencia del docente y del curso de estudiantes que le toca en un semestre particular, se obtiene al dividir los aprobados entre los asistentes al curso; donde esta variable no es de eficacia sobre los conocimientos enseñados o sobre el aprendizaje real o directo de los contenidos programados en el tema o capítulo de la clase; esta permite establecer algunos parámetros lógicos en donde por “Costumbre” o incluso por estudios comparativos en algunas universidades de Latinoamérica y España, mencionan que un porcentaje inferior al 20% de aprobados, en asignaturas relacionadas con la matemática básica, puede implicar fallas en la estrategia de enseñanza y evaluación del docente². Por lo que amerita una apertura de indagaciones por parte del director de carrera de la Facultad, donde este la asignatura de ocurrencia en su contexto y en el docente respectivo, con miras a buscar mejoras; de hecho el porcentajes de aprobados debe estar como banda idónea entre el 30% y el 90%³.

Aquí es en donde estudios sobre los estudiantes aprobados, en asignaturas consecuentes, pudiese significar una medida de los conocimientos vistos en sus aprendizajes, como la capacidad de seguir avanzando en sus carreras y no que su aprobación haya sido consecuencia de aspectos no éticos o suerte; es decir no necesariamente un estudiante aprobado aprendió o sabe más que uno aplazado, la experiencia general no avala esto hecho como lineal y proporcional e incluso tampoco en el valor numérico de la nota aprobatoria. A pesar de esto el porcentaje de aprobados es una variable de comparación establecida que puede aparecer en la hoja de control de notas de los docentes, tanto en sus evaluaciones individuales como en la definitiva, de un ciclo o semestre impartido.

Promedio de nota en estudiantes aprobados

Esta variable del promedio de notas, está referida al valor numérico del siete al diez, que saca en todo el curso los estudiantes aprobados en la asignatura, en ella se refleja en parte la eficacia docente al evaluar los contenidos dictados, representando una variable interesante en el sentido de que tan “cercano” al piso del valor 7 se asuma en referencia al aprendizaje de los contenidos, por supuesto nunca como una linealidad.

²Resumen del 8vo encuentro de defensores universitarios G9. Universidad de la Rioja. España. 2013

³La investigación se debe dar también para aprobaciones superiores al 90% o 95%; por esquema de mucha facilidad.

La variable del promedio de notas en estudiantes aprobados es poco usada, calculada y expresada en los controles de notas, ha resultado en otras latitudes un interesante índice para medir la efectividad de la acción docente; por ejemplo y al extremo de lo dicho anteriormente, se afirma: a) Si a un docente cuyo promedio de notas aprobados es un valor más cercano al número diez demuestra que hay facilidad de obtener de él una “buena” nota, lo que puede demostrar que su didáctica es buena, la cual sigue siendo independiente del porcentaje de aprobados o incluso del aprendizaje real; es decir puede existir docentes con bajo porcentajes de aprobados pero que estos tienen un promedio de nota alto, y/o viceversa.

La génesis de la investigación

La motivación para realizar esta investigación y propuesta está en los resultados promediados de los ciclos: 2017 y 2017-2018 recientes, en el tema de los porcentajes de estudiantes aprobados y el promedio de notas en estos, aquí se pudo confirmar en revisión de actas de profesores de estos ciclos de Matemáticas II, en 10 secciones en total, se confirma un porcentaje de aprobados del 57,11%, de un total de 323 estudiantes inscritos y asistentes, con un promedio de notas en los estudiantes aprobados de 7,595 puntos. Donde existe poca participación o solicitud de los llamados “Mejoramiento de notas”, o de exámenes para sustituir la nota de un parcial que permita mejorar el promedio definitivo⁴.

Sumado a esto y con la existencia ingenua de creer que los propósitos académicos de enseñanza son suficientes para el logro de los aprendizajes propuestos, cuando se sabe que la formación del individuo parte de tener su propia conciencia motivada hacia el logro; es que se observan resultados realmente preocupantes en relación a los porcentajes promedio de estudiantes que aprueban la asignatura y con qué nota lo hacen. Tan simple y evidente que sin más a que agregar es obvio que existe un problema relacionado directa o indirectamente con la acción docente, para un porcentaje del año en semestres regulares de estudiantes aprobados medio, pero aceptable al fin, en donde la eficacia docente relacionada a la nota definitiva en estudiantes aprobados, promediada como baja.

El planteamiento: “Cálculo Integral”

La asignatura de Matemática II, (Código 201) para el ciclo anterior 2017-2018, está formada por dos unidades a 4 horas semanales, a saber: 11 semanas para definir la integral y sus

⁴Reglamento para el proceso de evaluación de la Universidad de Guayaquil 2017, artículo 20.

diferentes técnicas de integración, y 5 semanas para sus aplicaciones en el cálculo de áreas, volúmenes y longitud de arco; como herramienta de mucha importancia para el estudiante de ingeniería. Luego surge la nueva malla con un rediseño en donde la segunda matemática se llama "Cálculo Integral", igual código de 201 y 6 horas semanales, conformada ahora por 4 unidades, a saber

Unidad I

La integral indefinida, con las integraciones básicas en teoremas y algebras, incluye la tabulación general en funciones algebraicas y trascendentes: trigonométricas y logarítmicas; la unidad se desarrolla en 3 o 4 semanas, su esencia es involucrar al estudiante en el mundo de la integración posible en algunas funciones específicas y necesarias para la carrera de ingeniería e incluso desde ahora, para el campo laboral.

Unidad II

Técnicas de integración, iniciando con: a) La integración por partes, b) Por fracciones parciales, c) La estrategia de la sustitución trigonométrica e hiperbólica, y d) La unidad incluye las integrales impropias de límites no definidos; se desarrolla en 4 o 5 semanas, y con ella se cierra el contenido del primer parcial; es decir conocer la integral indefinida, sus teoremas y algebras básicas y manejar un buen número de técnicas de integración.

Unidad III

Aplicaciones de la integral definida, iniciando con su definición y propiedades, en diferencia a la integral indefinida, para luego entrar en el tema del cálculo de áreas planas por diferentes estrategias incluyendo la doble y triple integral, se anuncia el teorema fundamental del cálculo, con el cálculo de volúmenes por revolución de sólidos y por integrales múltiples, (que eran tema de la Matemática III, la cual desaparece del nuevo mapa de asignaturas propuesto), la unidad cierra con áreas de superficies en revolución y la llamada longitud de arco; se completa en 6 semanas, siendo la unidad importante donde el estudiante aprende y aprecia la utilidad de la integración y sus técnicas.

Unidad IV

La segunda matemática ahora cierra con la unidad de ecuaciones paramétricas y polares, parametrización de curvas planas, graficas de coordenadas polares, sus áreas y longitudes; esta unidad se dicta en 2 semanas y se cierra el contenido del segundo parcial. La funciones paramétricas son usadas en la cinemática clásica y en otras asignaturas.

Esta información se puede verificar en el Link de la Universidad de Guayaquil, (www.ug.edu.ec), sección de Syllabus de las carreras de ingeniería, de las nuevas mallas propuestas por el Vice-rectorado de formación académica.

Con estos cambios sustanciales en forma y fondo es que nace la idea adicional de este Syllabus: el cual fue propuesto en consulta a docentes del área y desarrollado en el primer trimestre del 2018, en varias reuniones de consenso, con intención de iniciar su puesta a prueba para el ciclo I-2018 que inicia en Mayo de este año; luego es el aporte de esta investigación que se acompañe además de una nueva estrategia didáctica, ya usada y conocida en otras latitudes de Latinoamérica, denominada el “Manejo del concepto”, en adaptación a esta segunda y nueva matemáticas de la malla rediseñada.

Como avance en la medida de la efectividad docente, para ser comparadas entre los resultados de la matemáticas II con el nuevo cálculo integral, porque el estudiante de esta cátedra en general, cuenta para aprender sobre estos contenidos con guías de ejercicios editadas por los profesores que dictan la materia, con los ejercicios que se resuelven en la clase, además de los textos y consultas electrónicas que se pueden realizar sobre estos tópicos. Sin embargo, por efecto de la juventud moderna en general y la ecuatoriana, no es la lectura ni un pasatiempo ni una necesidad, a la mayoría de nuestros jóvenes no les gusta leer e investigar, razón por la que, aprovechando el cambio, se propone en este artículo el diseño didáctico que busca incrementar la participación estudiantil en el desarrollo de la clase.

Antecedentes del diseño

Son muchos los trabajos realizados en procura de un mejor aprendizaje en el estudiante, en función de la enseñanza que aplica el docente en el salón de clases, guías de ejercicios propuestos y resueltos de la cátedra de Matemática II, trabajos con el desarrollo conceptual de temas y capítulos de la materia, el apoyo de las Tics, así como propuestas similares a este trabajo en función de mejorar la acción docente en el aula, todo ello en busca de la aparente inalcanzable motivación al estudio y a la participación del estudiante en el proceso educativo; es decir en definitiva el trabajo docente debe evolucionar de la clase tradicional o método de la llamada clase magistral ante una audiencia que solo está para escuchar y supuestamente aprender de estos contenidos matemáticos.

Hoy en día ante una generación de jóvenes que se caracterizan en su generalidad por: a) su notable inteligencia, b) su capacidad visual para aprender y relacionarse en utilidad de la

tecnología, c) por su apatía al estudio o la investigación fuera del salón de clase; se hace necesario entonces y en adicional al nuevo Syllabus de contenidos propuesto, una especie de evolución que motive al estudiante: diciéndole o incitándolo a participar más en el desarrollo teórico de estos contenidos en todo el lapso y a practicar más, pero ¿Cómo lograr esto? Sobre este tópico se expresa (Tirado, 2008), en referencia particular a la asignatura de Física I, y por experiencia propia afirma

La participación estudiantil enriquece el proceso de aprendizaje e incrementa la experiencia docente; pero ¿Cómo hacer que el estudiante participe? ¿Cómo motivarlo? Quizás no exista una respuesta directa a esta pregunta, pero la creatividad del docente es sin duda un buen inspirador, para ello sólo se requiere, y lo recomiendo, el hecho de cambiar la información en un ejercicio conocido o ya hecho en la pizarra: un dato, un ángulo, una distancia, un tiempo; agregar otro ente o mover una coordenada para generar una “nueva” situación que al ser resuelta “invita” con cordialidad al grupo estudiantil a participar, a innovar y a cuestionar situaciones nuevas que abren la didáctica y por supuesto demuestran la capacidad y dominio del profesor. (Tirado, 2008: 25).

La idea entonces es una evolución en la enseñanza que mejore el esquema de repetición, en discursos que no permiten al estudiante “saborear” la definición con la posible consecuencia de la pérdida de interés en la clase. Si bien ser estudiante implica que se ha adquirido el compromiso de aprender de las muchas cátedras que conforman nuestras carreras, al menos una idea general, una actitud que nos lleva a la madurez necesaria para resolver o intentar resolver situaciones, problemas del campo laboral o de la vida diaria, mediante el ingenio con el uso de estrategias y técnicas alguna vez estudiadas. Entonces el aprendizaje del estudiante en el aula, debe obedecer a la calidad de la interacción con el profesor y con sus compañeros; más aún, Tirado (2008: 30) sugiere.

El conocimiento es intransferible, el docente debe transformar el conocimiento en información fluida con ejemplos que el estudiante en su proceso de aprendizaje convierte en conocimiento propio; entonces resulta ilógico pretender enseñar de inicio conceptualizaciones que fueron producto y conclusiones de largos procesos empíricos para luego usarlos en la resolución de situaciones y problemas. Al contrario el concepto formal debe ser el resultado de la práctica, en la resolución de problemas con la formulación que el profesor desarrolla en la motivación y en las deducciones iniciales de la clase.

En otras palabras, la propuesta general en la evolución mencionada, es la filosofía de que cada clase debe ser un acto inédito entre los estudiantes con su docente, a saber: del tema particular a desarrollar, de los ejercicios a resolver, de las definiciones expuestas, en el aula de cada asignatura.

Fundamentación Teórica

En este orden de ideas los “Momentos de la Clase”, que se desarrollan en adaptación a la asignatura de “Cálculo Integral”, en su nuevo diseño son cuatro, a saber: Motivación al tema,

Desarrollo del concepto, Aplicación del concepto, y Historia del concepto; que en esta secuencia lógica debe ser abordado por el docente a la hora de desarrollar y completar un tema específico en esta asignatura, en la o las clases requeridas para este fin; a continuación se explica y luego se ejemplariza cada una de ellas

Motivación o inicio: consiste en ilustrar situaciones y proponer preguntas sobre el tema específico a dictar, de entrada, generando en la clase un rápido debate que permite la apertura participativa del tema, es decir no es motivar por motivar o por creer que se motiva, es introducir el tema con una situación específica relacionada; es plantear problemas para que el estudiante de forma a priori intente o se motive a participar para su resolución.

Desarrollo del concepto: aquí se deducen las fórmulas y conceptos del tema así como técnicas específicas y/o generales para la resolución de problemas, empezando por resolver los expuestos en la parte motivacional al inicio de la clase, sin generalizaciones o deducciones de la fórmula general; se desarrolla iniciando con el concepto principal o inicial del tema para luego por ejercitación de ejemplos en orden de dificultad o tipología, se van desarrollando los demás conceptos o definiciones consecuentes. Muy importante este hecho en la ideología planteada de proceder de tal forma que las formulaciones derivadas surgen cuando se resuelven ejercicios tipológicos para este fin, o sea no antes si no como consecuencia empírica.

Aplicación del concepto: aquí se resuelven problemas y planteamientos en el mejor posible orden conceptual, siendo aquí donde se van estableciendo las concepciones y generalizaciones definitivas, estilizadas del concepto, a medida que se usa; esto puede resultar un importante tópico en el interés del estudiante en la clase, cuando de alguna forma siente que puede y tiene el poder de desarrollar, de la mano de su docente, definiciones que está utilizando. O sea no es lógico el usar las definiciones centenarias de la matemática como argumentos ígneos del conocimiento específico, se sabe que toda definición se puede expresar, sin cambiar su fondo de diferentes maneras, de esta forma se puede hablar de una transcendencia del concepto, cuando se muestra o se enseña sus aplicaciones a futuro o en algunas particularidades específicas que puedan surgir en la problemática de la clase. Es aquí donde se le comenta al estudiante sobre la importancia de los conocimientos enseñados y sus aplicaciones en asignaturas siguientes así como en

aplicaciones lógicas de fundamentación de índole matemático en problemas iconos del profesional de la ingeniería; tan simple como decirle para que se le enseña con su utilidad oportuna.

Historia del concepto: aquí se ilustra sobre su surgimiento, sus protagonistas o anécdotas relacionadas; este último momento no es de uso necesario, por estar referido al conocimiento general del docente particular sobre el tópico, sin embargo sirve de cierre de clase, y para introducción a temas siguientes.

Es decir la clase está dividida y estructurada por el manejo del concepto y no el concepto dividido en momentos de la clase, bajo la idea de que: Para que sea posible enseñarlo, el conocimiento relacionado con asignaturas que usan el álgebra y las ecuaciones debe estar inmerso dentro de un contexto, lo cual significa que estaríamos en presencia de un proceso de aprendizaje dinámico, en contradicción con la rutina de la educación tradicional como el esquema clásico de repetición; en este orden de ideas el autor (Kilpatrick, 1995) opina que “Cuando los estudiantes trabajan en un problema matemático, el carácter y el significado del conocimiento que ellos construyen, está cambiando. Uno de los trabajos más delicados del profesor es el de guiar a los estudiantes, partiendo de sus errores y concepciones deficientes hacia un conocimiento oficial que pueda ser validado matemáticamente”.

El docente debe incentivar la retroalimentación del concepto que está enseñando, por medio de un ciclo apoyado en la observación y discusión de este por sus estudiantes. El profesor ahora del nuevo “Cálculo Integral”, al momento de enseñar sus conceptos y definiciones, debe tener presente que en la medida en que va ocurriendo la actividad de aula, puede retomar fases supuestamente superadas dependiendo de los logros mostrados por sus estudiantes. Sobre esta afirmación Serrano (2002:12) opina, que: “Debe aplicarse cuando los estudiantes no exhiben conductas propias del nivel de razonamiento donde se está trabajando o con la intención de repasar y verificar que ha ocurrido una fijación de los conceptos y propiedades en estudio”. El diseño por módulos y en algunos de sus temas⁵ del “Cálculo Integral” propuesto, bajo el “Manejo del Concepto”

Para este desarrollo, en referencia a las bibliografías consultadas se indago en tres libros conocidos, a saber: Stewart (2010), “Cálculo de una variable”. Zill & Wright (2011), “Cálculo

⁵Por la extensión de la asignatura, solo se ejemplariza el diseño propuesto en algunos temas referenciales.

en una variable”, y Ayres & Mendelson, (2003), “Cálculo”. Véanse las referencias de este trabajo, donde se puede apreciar un común digamos “desorden” en los contenidos y la secuencia lógica para los contenidos del “Cálculo Integral”, relacionados a la Matemática II, anterior; a saber en el sentido que las funciones trascendentes e inversas están divididas en capítulos, así como la integral indefinida y la definida con sus algebras y teoremas particulares, la integral impropia aparece después de la aplicación de la integral, entre otras apreciables diferencias, aun así de ellos se toma el siguiente contenido adaptado a los “Momentos de la clase”.

Unidad I: La integral indefinida

Prerrequisitos del tema: Derivación en funciones, teoremas y algebra de la derivada.

Motivación al concepto: ¿Cuántas formas de integrar una función existen? ¿Estime primeros teoremas o tabulaciones? ¿Qué son las familias de una integral?

Desarrollo del concepto: si existe una función derivable en un intervalo dado, entonces la integral de la función derivada es la función, en una familia de funciones en movimientos verticales en el plano. Esto es: si $g'(x) = f(x)$ entonces la anti-derivada o integral de esta función $f(x)$, es $g(x)$; se simboliza $\int f(x)d(x) = g(x) \pm Ctte$, si $g'(x) = f(x)$.

Se denomina indefinida porque la función integrada no está definida en un intervalo particular, dado o requerido en alguna de sus aplicaciones lógicas; entre los teoremas y algebras más usados que formulan a la integración de funciones, con los conocimientos hasta ahora programados, se tienen

$$1) \int cero = c. \quad 2) \int d(x) = x + c. \quad 3) \int ((f(x) \pm g(x))d(x) = \int f(x)d(x) \pm \int g(x)d(x).$$

$$4) \int k.f(x)d(x) = k.\int f(x)d(x). \quad 5) \int x^n d(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c. \text{ Para } n \neq -1.$$

Aplicación del concepto: el concepto de la integral indefinida se aprende y visualiza en la resolución de ejercicios que permitan demostrar los primeros teoremas.

Ejercicio I.1: Resolver por teorema y algebra las siguientes integrales indefinidas

$$a) \int 2.x^{-3}d(x), \quad b) \int 4(\text{Sen}(x) - x^3)d(x)$$

$$\text{Respuestas: a) } \int 2.x^{-3}d(x) = 2.x^{-2}/-2 + c = -1/x^2 + c$$

$$b) \int 4(\text{Sen}(x) - x^3)d(x) = 4(-\text{Cos}(x) - x^4/4) + c = -4\text{Cos}(x) - x^4 + c.$$

Ejercicio I.2: Resolver por teorema y algebra las siguientes integrales indefinidas

a) $\int \frac{x^4 + x^2}{x^2} dx$, b) $\int x^2 \cdot \cos(x^3) dx$

Respuestas: a) $\int \frac{x^4 + 3x^2}{x^2} dx = \int x^2 dx + \int 3 dx = x^3/3 + 3x + c = x^3 + 9x + c$.

b) con $u = x^3$ y $d(u) = 3x^2 dx$, entonces sustituyendo \rightarrow

$\frac{1}{3} \int \cos(u) d(u) = \frac{1}{3} \sin(u) + c = \frac{1}{3} \sin(x^3) + c$.

Historia del concepto: El matemático alemán Leibniz fue el primero en dividir el Cálculo en dos partes, la derivación y la integración de funciones, esta última llamándola “sumatoria”, porque toda integral en su esencia es una suma de segmentos representados por una infinidad de diferenciales; en 1686 con los aportes del suizo Bernoulli, se denominó esta parte del cálculo: integración⁶.

Unidad II: Técnicas de integración

Prerrequisitos del tema: integral indefinida, teoremas y algebras de la integral, identidades trigonométricas.

Motivación al concepto: ¿Se puede obtener la función integrada siempre? ¿Existen integrales por aproximación al resultado? ¿Se puede acotar una serie estándar de teoremas para resolver integrales? ¿Puede realizarse una integral para intervalos no reales?

Desarrollo del concepto: las llamadas técnicas de integración son muchas por ser dependientes de cada integral particular a resolver, de hecho, existen combinaciones en los teoremas a aplicar, y las tablas o listas para resolver integrales suelen resultar extensas y poco estandarizadas; la idea a este nivel educativo es que el estudiante de ingeniería conozca las técnicas de integración estandarizadas y sepa operarlas o reconocer la integral a resolver con una técnica particular. En este sentido se muestran las cuatro técnicas más usadas, veamos

⁶Queda aquí pendiente el tema de la Constante de integración

1) Integración por partes

Considerando la derivada de un producto de funciones, la cual establece que: $D(f(x).g(x)) = f(x)' .g(x) + f(x).g(x)'$, que puede escribirse en términos de anti-derivadas como: $g(x).f(x) = \int f(x).g(x)'.d(x) + \int f(x)'.g(x).d(x)$, que puede escribirse como: $u.v = \int u.d(V) + \int v.d(u)$, de donde se obtiene una expresión que puede contribuir con el proceso de integración de un producto de funciones, por facilitar la expresión original, esto es: $\int u.d(v) = u.v - \int v.d(u)$.

Es decir la técnica de integración de un producto busca los valores de la función u y de dv respectivo en el producto original y luego obtener du y v , con la finalidad de separar el producto y “poder” resolver la integral respectiva. El proceso puede ser interactivo siempre y cuando la nueva expresión facilite la integración original.

2) Integración por fracciones parciales

Cuando se suman o restan dos fracciones, que pueden estar representadas por funciones inversas con respecto al producto o por funciones cocientes, los términos se pueden combinar por un denominador común; luego si se tiene una fracción con suficiente complejidad, esta se puede expresar en términos de suma o resta de fracciones, (separación para disminuir el grado de algún polinomio), que permita la expresión que facilite la integral respectiva al ser de término en término, o sea en fracciones parciales.

Este proceso es el de separar una expresión racional de grado superior o compleja en una especie de descomposición en fracciones para proceder integral una a una, la técnica consiste en separar los denominadores y expresar fracciones parciales en función de numeradores a descubrir por ensayo y por resolución de ecuaciones lineales a surgir.

3) Integración por sustituciones trigonométricas

Al completar algún cuadrado de alguna expresión cuadrática en alguna integral, $ax^2 + bx + c$, se puede obtener una expresión de alguna función trigonométrica inversa o hiperbólica inversa, las cuales poseen soluciones

ya tabuladas; por ejemplo cuando se tiene expresiones en integrales donde el numerador o denominador son del tipo: $\sqrt{a^2 - u^2}$, $\sqrt{u^2 - a^2}$ y $\sqrt{a^2 + u^2}$ Como catetos o la hipotenusa de un triángulo pitagórico en función de una elevación Φ , se puede hacer un cambio de variable a la función trigonométrica respectiva.

La sustitución trigonométrica conlleva las restricciones de la función a utilizar y se nombran según la función como: Seno, Coseno, Tangente y Secante; o de funciones hiperbólicas inversas, las cuales se pueden expresar como un logaritmo natural; he aquí la importancia y razón de dar a conocer estas funciones, al estudiante en la Matemática I, o en el llamado "Cálculo Diferencial"⁷.

Aplicación del concepto: la idea de poder resolver integrales dadas por estrategias tabuladas, que incluso puede conllevar combinaciones de estrategias, es la de poder aplicar el concepto de la integral definida o integral a ser evaluada en un intervalo dado, para obtener un área o un fórmula que pueda ampliar esta aplicación al de poder obtener el arco de curva de una función en un intervalo de existencia continuo o incluso un volumen, una vez se revolucione la función o superficie de esta⁸.

Ejercicio II.1: resolver las siguientes integrales, por la técnica de integración por partes

$$\text{a) } \int x \cdot \ln(x) \cdot d(x); \quad \text{b) } \int x^3 \cdot e^{x^2} \cdot d(x);$$

Respuestas: a) Con $u = \ln(x)$ y $dv = x \cdot dx$, se tiene que: $du = dx/x$ y $v = 1/2x^2$

$$\rightarrow \int x \cdot \ln(x) \cdot d(x) = 1/2 \cdot x^2 \cdot \ln(x) - 1/2 \int (x^2/x) \cdot d(x) = 1/2 \cdot x^2 \cdot \ln(x) - 1/4 x^2 + c.$$

b) Con $u = x^2$ y $dv = x e^{x^2} dx$, se tiene que: $du = 2x \cdot dx$ y $v = 1/2 e^{x^2}$, (por cambio de variable $w = x^2$). $\rightarrow \int x^3 \cdot e^{x^2} \cdot d(x) = 1/2 \cdot x^2 \cdot e^{x^2} - \int x \cdot e^{x^2} \cdot d(x) = 1/2 \cdot x^2 \cdot e^{x^2} - 1/2 \cdot e^{x^2} + c$

⁷El tema siguiente son las integrales hiperbólicas y trigonométricas inversas; se excluye por su profundidad y extensión, de este artículo. Pero por supuesto será desarrollado en la propuesta completa, la cual incluye la integración impropia.

⁸Los ejercicios aquí ejemplarizados, son en el mejor posible orden de dificultad; es decir lo de inicio para desarrollar el tema específico, para luego ir incrementando su desarrollo y respuesta.

Ejercicio II.2: Resolver las siguientes integrales por la estrategia de las fracciones

parciales, a) $\int \frac{dx}{x.(x+1)}$; b) $\int \frac{(x^2+2x+4) dx}{(x+1)^3}$

Respuestas: a) $\int \frac{dx}{x.(x+1)} \rightarrow \frac{1}{x.(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x+1)}$ de donde se desprende que: A

= 1 y B = - 1, luego: $\int \frac{dx}{x.(x+1)} = \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{(x+1)} = \text{Ln}(x) - \text{Ln}(x+1) + C.$

b) $\int \frac{(x^2+2x+4) dx}{(x+1)^3} \rightarrow \frac{(x^2+2x+4)}{(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3}.$

Al resolver el sistema de ecuaciones se tiene que: A = 1, B = 0, y C = 3.

$\int \frac{(x^2+2x+4) dx}{(x+1)^3} = \int \frac{dx}{(x+1)} + 3 \int \frac{dx}{(x+1)^3} = \text{Ln}(x+1) - 3/2(x+1)^{-2} + C.$

Ejercicio II.3: Integre las siguientes funciones trigonométricas en producto con potencias superiores y por sustitución trigonométrica

a) $\int \text{Cos}^4(x).d(x)$; b) $\int \frac{dx}{2\sqrt{(4+x^2)^3}}$

Respuestas: a) $\int \text{Cos}^4(x).d(x) = \int (\text{Cos}^2(x))^2.d(x) = 1/4 \int (1 + \text{Cos}(2x))^2.d(x) =$

$1/4 \int (1 + 2\text{Cos}(2x) + \text{Cos}^2(2x)).d(x) = 1/4 \int [1 + 2\text{Cos}(2x) + 1/2(1 + \text{Cos}(4x))].d(x) \rightarrow$

$1/4 \int [2/3 + 2\text{Cos}(2x) + 1/2\text{Cos}(4x)].d(x) = 3/8(x) + 1/4\text{Sen}(2x) + 1/32\text{Sen}(4x) + C.$

b) $\int \frac{dx}{2\sqrt{(4+x^2)^3}}$ Para un triángulo rectángulo de hipotenusa $\sqrt{4+x^2}$ por sustitución

tangente, con $u = x$, se tiene $x = 2\text{Tan}(\Phi)$ y $dx = 2.\text{Sec}^2(\Phi).d\Phi$

$\rightarrow \int \frac{dx}{2\sqrt{(4+x^2)^3}} = \int \frac{2.\text{Sec}^2(\Phi).dx}{8.\text{Sec}(\Phi)^3} = 1/4 \int \text{Cos}(\Phi).d\Phi = 1/4\text{Sen}(\Phi) + C.$

Luego con $\text{Sen}(\Phi) = x / \sqrt{4+x^2} \rightarrow \int \frac{dx}{2\sqrt{(4+x^2)^3}} = x / 4.\sqrt{4+x^2} + C.$

Ejercicio II.4: resuelva las siguientes integrales impropias y diga si son convergentes o

divergentes, en relación a intervalos no reales $\int_2^\infty x^{-3}.dx$ b) $\int_0^\infty x^2.dx$

$$\text{Respuesta: } \int_2^{\infty} x^{-3} \cdot dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_2^b x^{-3} \cdot dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left. \frac{x^{-2}}{-2} \right|_2^b$$

$$\rightarrow \int_2^{\infty} x^{-3} \cdot dx = \left(\frac{-1}{2}\right) \lim_{b \rightarrow \infty} \left(b^{-2} - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot (-1/4), \text{ el limite existe} = 1/8.$$

Entonces la integral impropia de la función x^{-3} es convergente en el intervalo dado, y el área contenida entre la función y la horizontal es de 1/8.

Historia del concepto: Si bien la resolución de integrales fueron surgiendo a menudo que aparecían los modelos matemáticos a desarrollar, según el problema físico planteado y la integral particular a calcular, es lógico pensar que cada estrategia o tabla de resolución de integrales tienen sus protagonistas históricos; entre los que destacan: la integral de la Sec(x) necesaria para poder cartografiar las líneas de la latitud sobre mapas esféricos del planeta, problema de G. Mercator, de la cual se conjeturó una solución en 1645 por Henry Bond, y fue hecha técnica en 1668 por James Gregory mucho antes del nacimiento del Cálculo moderno. En 1691 varios matemáticos demostraron la integral del Coseno hiperbólico, función que deduce el área contenida por una catenaria. La historia cierra como técnica de aproximación para la resolución de integrales complejas con la regla de Simpson en 1750, las cuales en la actualidad son usadas con paquetes electrónicos, como software para las resoluciones de integrales no convencionales; estrategia más usada en áreas de cotas no reales o impropias, como el área contenida por la hipérbola clásica: $y = 1/x$ en la resolución para descubrir el flujo en el tubo de "Torricelli".

Unidad III: Aplicaciones de la integral definida.

Prerrequisitos del tema: integración y sus técnicas, álgebra general.

Motivación al concepto: ¿Cuándo se dice que existe integralidad? ¿Una integración puede ser el límite de una sumatoria? ¿Se puede calcular el área contenida entre una función y un cuadrante coordenado? ¿Y el área contenida entre gráficas de funciones? ¿Estime el área contenida entre $y = x$, e $y = x^2$ en el intervalo cerrado (0, 1)! ¿Se puede calcular el recorrido o arco de una función conocido el dominio del intervalo?

Desarrollo del concepto: la integral definida es la resolución de un límite especial, donde se realiza una sumatoria finita de valores en un intervalo dado y conocido, en donde la función es continua, es la suma de “Riemann” cuyo cálculo produce la “integral definida”, llamada así por su definición en un intervalo real conocido y continuo; esto resulta ser el famoso “Teorema Fundamental del Cálculo”, que relaciona las funciones según sean la integral y la derivada de una función primaria, este teorema apertura la aplicación de las integrales para descubrir áreas y volúmenes en el plano, y entre funciones que se interceptan.

Empezando con el área entre una función continua para un intervalo conocido y el primer cuadrante, se tiene que: $A = \int_a^b f(x)dx$. Donde el área “A” se llama área bajo la curva representada por $f(x)$ en el intervalo (a, b) ; en una evaluación de la función producida, llamada anti-derivada, esto es en su cálculo entonces que: $A = (F(b) - F(a))$.

Esta idea sencilla pero poderosa apertura un mundo en la aplicación del cálculo y de la integración de funciones, una vez se resuelve el hecho lógico de la existencia de áreas negativas y área como suma de áreas contingentes. De hecho la resolución de la integral en sí, dependiendo de su dificultad o su condición digamos “extra técnica”, puede resolverse u obtener los valores buscados por el estudio del límite al infinito que la produce. Luego el área contenida entre funciones, en consideración de la anterior, se obtiene a partir de la fórmula de integrales siguiente: $\int_a^b |f(x) - g(x)| \cdot dx$

Se llama área de la región acotada, en consideración que los puntos del intervalo (a, b) , son al menos las dos intercepciones entre las funciones que forman el área contenida.

a) $\int_a^a f(x)dx = 0$;

b) $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$.

c) $\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$.

d) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. Con $c \in (a, b)$.

Todo volumen es una magnitud en tres dimensiones que debe “salir” del plano coordinado donde hasta ahora se ha usado el término de la integral, esta realidad ocurre solo si hacemos girar el área conseguida con respecto a cualquier eje coordinado, lo que va a producir distancias en el tercer eje coordinado, llamado profundidad; es decir se genera entonces una superficie de revolución que contiene un volumen. A partir de aquí se pueden deducir una serie de fórmulas de integración que se derivan de estrategias a la hora de crear volúmenes a partir de figuras en el plano, son conocidas de hecho como volúmenes a partir métodos como:

- a) “Disco”, que genera la integral $V = \pi \cdot \int_a^b R^2(x) \cdot dx$, con $R(x)$ como el disco vertical que genera un cilindro en el intervalo;
- b) “Arandela”, cuya integral $V = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) \cdot dx$, donde las funciones $f(x)$ y $g(x)$ acotan un área específica en el intervalo (a, b) la cual se hace girar alrededor del eje X generando rebanas tipo arandelas que permiten estimar el volumen de sólidos huecos;
- c) “Capa cilíndrica” similar al anterior pero con un estudio sobre una capa del sólido paralela al eje de giro, la cual genera la integral definida para este volumen de $V = 2\pi \int_a^b P(x) \cdot H(x) dx$; y
- d) “Cascarones”, cuando se hace girar un área rectangular sobre el eje vertical, se genera un cascaron hueco cuyo volumen se obtiene con la integral $V = 2\pi \int_a^b x \cdot f(x) \cdot dx$.

Es lógico que estas formulaciones tienen sus deducciones lógicas a partir de la sumatoria y la existencia de un límite particular, siempre en recomendación de hacer esto con el apoyo visual o gráfico de las funciones respectivas que al revolucionar generan el sólido cuyo volumen se desea calcular; de hecho a partir del volumen se puede también estimar las áreas de las superficies que revolucionan, caso particular la superficie del esferoide que representa nuestro planeta Tierra.

Finalmente se formula la llamada: Longitud de arco $= \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \cdot dx$. Como la fórmula definitiva para calcular el “arco” de una función continua en un intervalo

establecido, la cual por lo general genera integrales de dificultad a ser resueltas por técnicas de integración.

Aplicación del concepto: las aplicaciones de la integral son muy amplias en el mundo de las ciencias en general, desde los postulados de la Física clásica, el área contenida por funciones que se interceptan e incluso los volúmenes que se generan al revolucionar determinadas áreas o secciones de estas, y el arco de una curva como distancia, veamos

Ejercicio III.1: Obtener el área entre la función $y = x^2 + 1$, con el eje horizontal, en el intervalo $(-2, 2)$.

$$\text{Respuesta: } \int_{-2}^2 (x^2 + 1) dx = (x^3/3 + x)^2 \cdot 2 = 14/3 - (-14/3) \rightarrow A = 28/3.$$

Ejercicio III.2: a) Estime el área contenida entre $y = x$, e $y = x^2$ en el intervalo cerrado $(0, 1)$, entendiendo que en ese intervalo $y = x$ es la función mayor⁹. b) Área entre $y = x^3$, y la horizontal, en el intervalo $(-1, 3)$

$$\text{Respuestas: a) } \int_0^1 (x - x^2) \cdot dx = (x^2/2 - x^3/3) \Big|_0^1 = 1/2 - 0 - (1/3 - 0). \rightarrow A = 1/6.$$

$$\text{b) } \int_{-1}^3 x^3 \cdot dx = \int_{-1}^0 -x^3 \cdot dx + \int_0^3 x^3 \cdot dx = 1/4(x^4) \Big|_{-1}^3 = 81/4 - 1/4 = 20 \text{ Unid}^2.$$

En el Syllabus actual, se hace la acotación de que este cálculo puede hacerse por la estrategia de la “integral doble” o doble integración.

Ejercicio III.3: Calcule el volumen de una esfera a partir del giro de un área representada por el semicírculo centrado en el origen y de radio r , asumido como valor de 2, $y = \sqrt{r^2 - x^2}$. Esto es: la siguiente grafica del área

Respuesta: Con la fórmula de un volumen de este solido macizo por revolución a partir de una sección transversal cuadrada se tiene que: $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \cdot dx = \int_{-r}^r (r^2 - x^2) \cdot dx = \pi(xr^2 - \frac{1}{3}x^3) \Big|_{-r}^r. V = \pi(2/3r^3 - (-2/3r^3)) = 4/3r^3.$

⁹Problema planteado en la parte motivacional.

Similarmente este ejercicio se debe explicar con la estrategia de la integral triple para volúmenes.

Ambas respuestas pueden apoyarse en una visión grafica de la situación que se plantea. Y se debe recordar que la integral definida ofrece como resultado un número, a diferencia de la integrar indefinida que ofrece de solución una familia de funciones.

Ejercicio III.4: obtener la longitud del arco formado de la siguiente función en el intervalo dado, $y = \ln(x)$ en el intervalo de (1, 5).

$$\begin{aligned} \text{Respuestas: a) el arco es } L &= \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \cdot dx \rightarrow \int_1^5 \sqrt{1 + (1/x)^2} \cdot dx = \\ &= \int_1^5 \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx = \int_1^5 \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx \rightarrow \int_1^5 \frac{x^2}{x \cdot \sqrt{x^2 + 1}} dx + \int_1^5 \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2 + 1}} dx = u = X^2 + 1 \rightarrow du \\ &= 2x \cdot dx \end{aligned}$$

En la primera integral, el intervalo queda $u = 2$ para $x = 1$, y $u = 26$ para $x = 5$.

$$\begin{aligned} \rightarrow 1/2 \int_2^{26} \left(\frac{du}{\sqrt{u}} \right) &= (\sqrt{u}) \Big|_2^{26} = (\sqrt{26} - \sqrt{2}). \text{ La segunda integral es } \rightarrow \int_1^5 \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2 + 1}} dx = \\ &= \text{Sec}^{-1}(5) - \text{Sec}^{-1}(1). \text{ El arco total calculado es: } (\sqrt{26} - \sqrt{2}) + \text{Sec}^{-1}(5) - \text{Sec}^{-1}(1). \end{aligned}$$

Historia del concepto: En un intento lógico por asignar un significado de aplicación matemática a la integral desarrollada por Newton y Leibniz, el joven alemán Georg Riemann, alrededor de 1850 desarrollo lo que se llamaría luego “las sumas de Riemann”; una idea fértil y original de un mente creativa, que va a expresar el “Teorema Fundamental del Cálculo. Este joven ex-luterano murió antes de cumplir los 40 años, pero dejo las bases fundadas en la geometría diferencial y en sus aplicaciones al naciente mundo de la electricidad y el magnetismo, que luego va a desarrollar su compatriota Albert Einstein; por lo que se le nombra: “mente creativa y de fértil originalidad” elogio dicho por Karl Gauss, llamado “El príncipe de las matemáticas”. Cuando a partir del siglo XVII, se demostraron las fórmulas de Arquímedes para los volúmenes cilíndricos, es que nace el cálculo moderno, fundado en la “Geometría Analítica” por este hecho; A partir de aquí se demostraron las definiciones Físicas sobre el movimiento de un cuerpo, incluido el teorema del impulso y la cantidad de movimiento iniciados por Newton, así

como la ley de Hooke en cuerpos elásticos, y la presión de un fluido, demostrados por Bernoulli y Pascal¹⁰.

Resultados y Discusión

Implicaciones pedagógicas

Los momentos de la clase basados en el “Manejo del Concepto” son una estrategia de enseñanza que puede ser aplicada en cualquier materia o cátedra de estudios universitarios, donde su efectividad debe ser confirmada en estudios de campo en estudiantes aprobados de secciones pilotos, con encuestas de opinión y conocimientos relacionados a la Matemáticas II; resultados estos que deben ser verificados por semestre, en comparación con otras secciones y docentes.

En referencia a los controles de notas

Es importante unificar el criterio en el control de notas que los profesores entregan en la secretaria respectiva, con un formato estándar, que puede facilitar investigaciones similares a futuro, el cual es de fácil diseño y puede contener lo siguiente: a) Aclarar la diferencia entre la nota mínima, cero (0) a sacar, en diferencia a los estudiantes que nunca asisten; b) Se debe incluir por cálculo en la misma hoja, el porcentaje de estudiantes aprobados, como caracterización docente, c) Es sugerencia el incluir el cálculo del promedio de notas en estudiantes aprobados, como variable de efectividad docente, o incluso de eficacia.

En referencia al profesor

El profesor universitario debe evolucionar a la sola enseñanza memorística, al cuidador de exámenes en un encierro en una única asignatura, con temor a ser supervisado si asiste o no; porque la supervisión debe abarcar sobre: a) Su formación continua, su estilo docente y su dominio didáctico, b) Su eficiencia en porcentajes de estudiantes aprobados, c) La eficacia, en su promedio general de notas en estudiantes aprobatorias, con seguimiento en asignaturas posteriores, estas a ser consideradas en parámetros a establecer cómo caracterización docente. Si bien un problema actual que ocupa a los directores de carrera con sus diferentes coordinaciones, es la masificación de las universidades con recursos asignados estándares. No se debe olvidar que el profesional de la educación debe tener un fundamento ético y digno en su labor profesional y social; las variables estudiadas y propuestas en este artículo van más allá

¹⁰La unidad IV: sobre Ecuaciones Paramétricas y Coordenadas polares, no se desarrolla en este artículo.

del mero control, su intención es la de indicadores para el estímulo entre docentes para el mejoramiento continuo.

En referencia al examen final de recuperación

Esta evaluación para los estudiantes que no aprueban en los dos parciales, tiene su derecho para una escala de notas entre los 3,0 y 6,9 puntos¹¹, con un cálculo que se pondera como: 40% de nota previa, obtenida de los parciales y 60% de la nota que se saque en este examen; es decir para un valor mínimo de 3,0 puntos de previa, se debe sacar 9,7 puntos. De hecho para un valor medio de 5,0 puntos de previa en los parciales, se debe sacar 8,4 puntos en la recuperación, no imposible pero de escasa o nula ocurrencia histórica; en vista de que durante el semestre se cuenta con actividades evaluativas de trabajos colaborativos y autónomos.

Luego como estrategia para incentivar que el estudiante permanezca hasta el final del ciclo en la asignatura, en consideración de esta posibilidad final y para aquellos estudiantes participativos que se sabe que entienden y han aprendido, pero que por determinadas circunstancias sus notas no son aprobatorias; es que se hace la propuesta al Vicerrectorado Académico se tome la nueva fórmula de: 30% para la nota previa de los parciales y 70% de nota obtenida en el examen de recuperación. En este esquema con una nota mínima de 3,0 puntos de previa se debe sacar 8,8 puntos y con una previa de 5,0 puntos se debe sacar 7,9 puntos en este examen final. Todo ello como estímulo a una mayor participación del estudiante, al tener mayor posibilidad estadística de aprobación, para disminuir los índices de abandono.

Conclusiones específicas

- a) La estrategia didáctica denominada: "Manejo del Concepto" es una herramienta que puede ser usada y adaptada en asignaturas de ciencias en las áreas de Matemáticas, consiste en partes de la clase donde el estudiante puede participar en el desarrollo de la clase, en sus conceptos y definiciones de la mano de su profesor.
- b) Esta estrategia es extensible a toda área del conocimiento, por aquellos que la estudien y la apliquen en sus respectivas asignaturas, y está abierta a la crítica constructiva en su diseño y aplicación.
- c) Las variables de porcentaje de aprobados y promedio de notas en estudiantes aprobados, puede representar una especie de caracterización docente, para su mejoramiento

¹¹Artículo 18 y 19 del Reglamento de Evaluaciones de la Universidad de Guayaquil

continuo, como estrategia de prestigio para la Universidad en general y sus Facultades.

- d) Se concluye que se puede revisar el reglamento de evaluaciones de la Universidad de Guayaquil a fin de considerar la propuesta de “ajustar” los porcentajes señalados en el artículo 19 de este reglamento sobre el examen de recuperación final. Para que este represente mejor una digna posibilidad de aprobación para aquel estudiante que llega hasta el final de la asignatura.

Recomendaciones

- a) Se recomienda al lector de este trabajo realizar la crítica constructiva en referencia al estilo de clase propuesto: “Manejo del Concepto” en su desarrollo, como estrategia de enseñanza, y en los resultados esperados en su sección piloto.
- b) Se recomienda a los docentes del área de Matemática en general, extensible a otras áreas afines, adaptar a manera de “prueba” el estilo propuesto, en el diseño del programa de la asignatura: “Cálculo Integral”.
- c) Se recomienda a la dirección de carrera, normalizar los formatos de entrega de notas de sus docentes en las diferentes áreas, para facilitar las investigaciones de estos documentos en la secretaria académica, referentes a los resultados por sección relativos al porcentaje de aprobados y al promedio de notas en estudiantes aprobados.
- d) Se recomienda revisar el artículo 19 del reglamento de evaluaciones, a fin de considerar la propuesta que se hace al respecto del examen final de recuperación.

En este sentido queda como base a futuras investigaciones, sobre la acción docente en cualquier área del conocimiento, como estrategia de supervisión de calidad y estímulo al mejoramiento continuo de su producto deseado: El estudiante que aprueba con la suficiente calidad, dominio y actitud, para el logro y continuidad de su carrera profesional; es decir se debe “medir” de alguna forma la efectividad docente.

Referencias

- Ayres, F. & Mendelson, E. (2003). *Cálculo*. Cuarta edición. Bogotá, Colombia: Mc Graw Hill.
- Kilpatrick, Jeremy. (1994). Investigación en Educación Matemática: su historia y algunos temas de actualidad. En: Kilpatrick, J; Rico, L; Gómez, P. (Eds) *Educación Matemática*. Bogotá: Una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamericana S.A. de C.V. pp. 1-18.

- Serrano, W. (2002), Sobre la manipulación de conceptos matemáticos: Aproximaciones desde la perspectiva cultural. *Seminario de Investigación en Educación Matemática*. Caracas: FHE-UCV, Caracas.
- Stewart, J. (2010), *Cálculo de una variable*. Sexta edición. México: CENGAGE Learning.
- Tirado, A. (2008). *Diseño de clase Dual-Participativa, en los temas de la asignatura de Física I, y su incidencia en la acción docente*. Universidad de Oriente, trabajo presentado para ascender a la categoría de profesor Asistente. No Publicado.
- Universidad de Guayaquil (2017). *Reglamento para el proceso de evaluación, calificación y recalificación de exámenes en las carreras de tercer nivel de la Universidad de Guayaquil*. Guayaquil, Ecuador: Autor.
- Zill, D. & Wright, W. (2011). *Cálculo en una variable*. Cuarta edición. México: McGraw Hill.

Autor:

Julio César Castro Rosado

julio.castror@ug.edu.ec

Master en Ciencias, Universidad Laica Vicente Rocafuerte de Guayaquil.
Profesor titular Principal de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas
Universidad de Guayaquil, Campus: Salvador Allende