

VÁLIDACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL REBOTE PARABOLICO SOBRE UNA LÍNEA RECTA HORIZONTAL E INCLINADA, POR MEDIO DE EXPERIMENTOS CONTROLADOS EN EL LABORATORIO DE FÍSICA I.

Alberto Antonio Tirado Sanabria¹
alberto.tirados@ug.edu.ec.

Gustavo Rafael García Mendoza²
gustavo.garciam@ug.edu.ec

^{1,2}Universidad de Guayaquil. Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas,
Ecuador.

Recibido: 08/11/2018..... **Aceptado:** 21/03/2019.....

RESUMEN

Todo cuerpo que choca contra una superficie rebota en las situaciones de: sobre una recta horizontal o vertical, y sobre una superficie inclinada, todo ello bajo el esquema idealizado de rebote elástico. En este trabajo se realizaron seis experimentos controlados sobre el rebote de esferas de metal y plástico, sobre superficies de formica y metal, para validar el uso de las ecuaciones desarrolladas en: a) sobre una superficie horizontal en caída libre, para confirmar la pérdida de rapidez; b) sobre una horizontal en lanzamiento parabólico, para aceptar como idealización la conservación del ángulo de rebote; y c) en una superficie recta inclinada, con tres alturas diferentes para demostrar que el ángulo de rebote resulta en función del ángulo de incidencia y del ángulo de la inclinación de la superficie, ecuación propuesta por el autor ($\alpha = \beta - 2\theta$), en 2018. El resultado obtenido es el de que dichas ecuaciones pueden usarse en la Física clásica en condición de idealización, porque se encuentra un error máximo con la realidad del 10%.

Palabras clave: Validez del Ángulo de Rebote.

VÁLIDATION OF THE EQUATION OF PARABOLIC REBOUND ON A STRAIGHT LINE HORIZONTAL AND INCLINED, THROUGH CONTROLLED EXPERIMENTS PHYSICS LABORATORY I.

ABSTRACT

Everybody that hits a surface bounces in the situations of: on a horizontal or vertical line, and on an inclined surface, all under the idealized scheme of elastic rebound. In this work, six controlled experiments were carried out on the rebound of metal and plastic spheres, on formica and metal surfaces, to validate the use of the equations developed in: a) on a horizontal surface in free fall, to confirm the loss of speed; b) on a horizontal parabolic launch, to accept as idealization the conservation of the angle of rebound; and c) on a straight inclined surface, with three different heights, to demonstrate that the rebound angle is a function of the angle of incidence and the angle of inclination of the surface, equation proposed by the author ($\alpha = \beta - 2\theta$), in 2018. The result obtained is that these equations can be used in classical physics under idealization conditions, because there is a maximum error with the reality of 10%.

Keywords: Rebound Angle Validity.

INTRODUCCIÓN

Una colisión es el evento entre dos o más cuerpos que entran en “contacto” en una fracción de tiempo y donde existe la transmisión de fuerzas impulsivas. Una colisión puede ser elástica si existe conservación en la energía cinética, la rapidez de impacto o de comprensión es igual a la rapidez de rebote o restitución y plástica o inelástica si existe pérdida en la rapidez; para esta última se habla del coeficiente de restitución o número indicado con la letra “e” que denota el porcentaje de rapidez conservado en el rebote; (Berr, F. Y Russel, E. 1999).

El rebote es una tipología de colisión donde un cuerpo choca con una superficie impenetrable de masa considerablemente mayor de tal forma que la transmisión de fuerza del cuerpo no afecta la inercia de la superficie y en consecuencia el cuerpo invierte el total o parte de su velocidad de incidencia; (Bela, S. y Richter, K. 1989). La idea de esta experimentación es validar las ecuaciones del rebote parabólico sobre una superficie recta inclinada, propuestas y usadas en ejercicios de la cinemática clásica, como idealización para el nivel universitario de la Física I, donde el coeficiente de restitución después del choque es igual a 1. En consecuencia, se conserva el Angulo de salida o de rebote con respecto a la superficie como situación ideal de cercanía a la realidad.

Trabajo entonces en consecuencia para ampliar el argumento sobre esta posibilidad cinemática del movimiento parabólico; (Tirado 2018). Que puede continuar respaldando esta ampliación temática de la cinemática en dos dimensiones usada por algunos docentes, en su conocimiento de utilidad.

Ángulos característicos en el rebote, simbología usada en este trabajo

Como simbología en este trabajo se utilizaran las siguientes letras del alfabeto griego para denotar los ángulos que intervienen y caracterizaran al movimiento parabólico y a su posible rebote de una superficie sólida

Φ : Ángulo del lanzamiento parabólico.

β : Ángulo de incidencia con la superficie de choque, con respecto a la horizontal.

α : Ángulo del rebote después del contacto, con respecto a la horizontal.

θ : Ángulo de la inclinación, con respecto a la horizontal donde ocurre el rebote.

γ : Ángulo aceptado como común, del antes y después del rebote, con respecto a la superficie de contacto. Para apreciar estos ángulos de un lanzamiento parabólico. Ver figura 1.

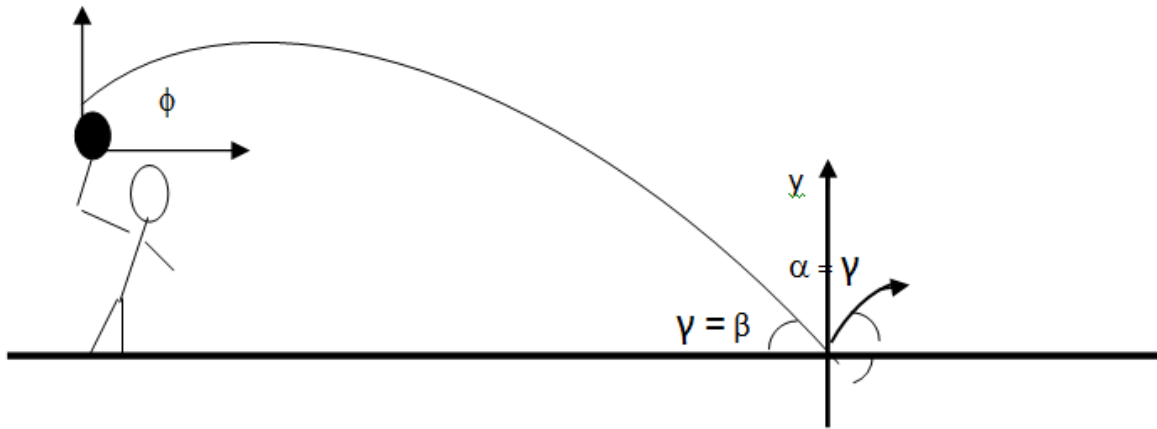


Figura 1: (Esquema de los diferentes ángulos de un lanzamiento y rebote)

En el rebote sobre una superficie recta horizontal el ángulo “ α ” de salida es igual al ángulo de incidencia “ β ” como situación idealizada; $\alpha = \beta$, **Ecuación (1)**.

En el rebote de un cuerpo sobre una recta inclinada “hacia abajo”, (figura 2), la ecuación del ángulo de rebote con respecto a la horizontal resulta como: $\alpha = \beta - 2\theta$, **Ecuación (2)**; (Tirado 2018).

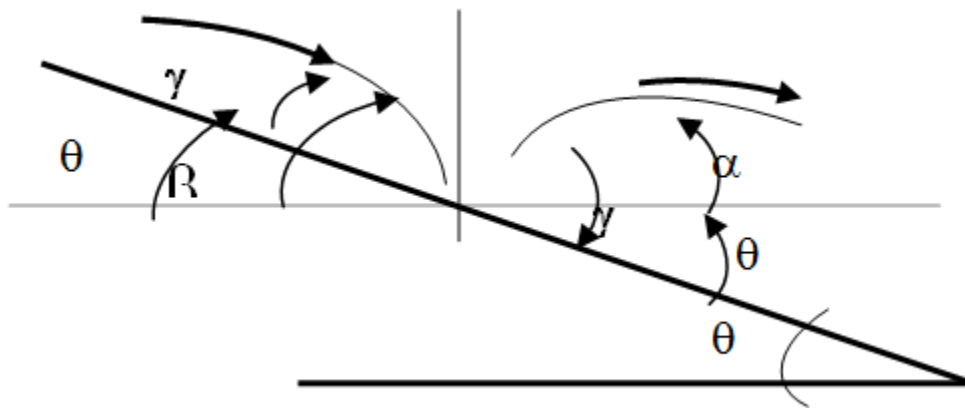


Figura 2: (Esquema de un cuerpo que rebota sobre una recta inclinada en bajada).

La inversión de la componente vertical de la velocidad en el plano dependerá del ángulo de incidencia “ β ”, el cual se calcula por la dirección de la velocidad de contacto con la superficie, y del ángulo de rebote “ α ” depende del ángulo de incidencia y del ángulo “ θ ” (inclinación de la superficie de contacto).

MATERIALES Y MÉTODOS

Los ensayos se realizan en rebotes de diferentes esferas plásticas, sobre determinadas superficies. En este trabajo se realizan los experimentos¹² de: 1) rebote de un cuerpo en caída libre sobre una superficie de formica horizontal para demostrar la pérdida de rapidez, 2) rebote de un cuerpo en movimiento parabólico sobre una superficie recta horizontal para demostrar la idealización de la conservación del ángulo de rebote con respecto al ángulo de incidencia, ecuación 1. Y 3) rebote de un cuerpo en caída libre sobre una superficie recta inclinada para demostrar la idealización de la conservación del ángulo con respecto a la inclinación o demostrar la validez de la ecuación 2, que establece que: $\alpha = \beta - 2(\theta)$. Para estos experimentos se requieren los siguientes materiales e instrumentos a) Mesón de formica. b) Regla vertical con base. c) Juego de escuadras y cinta métrica. d) Papel bond blanco y papel carbón. e) Dispositivo para lanzamiento de proyectiles. f) Plano inclinado de metal con graduación de grados. g) Esferas de plástico y de metal variadas. h) Soporte universal vertical. i) Soporte universal para cuerpos esféricos.

La metodología empleada es la del montaje del experimento, la toma de datos por mediciones de las diferentes distancias alcanzadas por los cuerpos que rebotan y el desarrollo de los cálculos respectivos; a continuación se realizan los esquemas de los experimentos realizados

Experimento I

El procedimiento para este cálculo consiste en “dejar caer” diferentes objetos esféricos (bolas de hierro y de plástico), desde una altura de 50 centímetros, ($h_1 = 0,5$ metros), sobre las superficies de formica y de metal, para con la diferencia de altura que se obtiene al rebotar, se estima el porcentaje de pérdida de la rapidez en el rebote o coeficiente de restitución; (figura 3)

¹²En disponibilidad del equipo lanzador de proyectiles, marca PYWE.

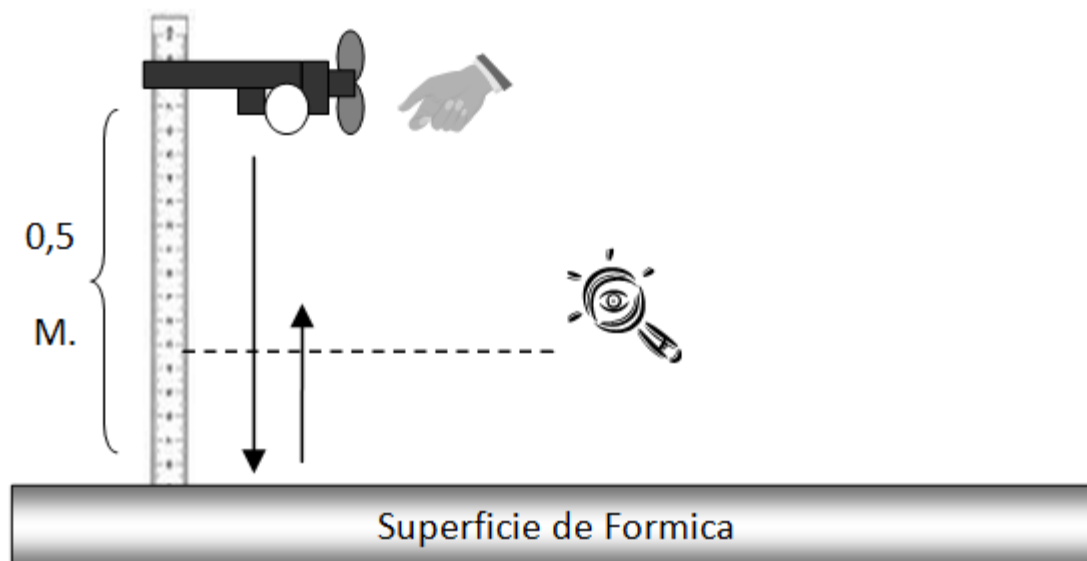


Figura 3: (Esquema del experimento de caída libre sobre formica).

Procedimiento

Al dejar caer la esfera se calcula la rapidez de contacto con la superficie, asumiendo una caída libre vertical, como: $V_f = (2 \cdot 9,8 \cdot h_1)^{1/2}$. Luego al medir la altura total que alcanza la esfera en el rebote, (altura del rebote h_2), por medio de una cinta métrica colocada en la vertical, se calcula la rapidez de rebote, como: $V_r = (2 \cdot 9,8 \cdot h_2)^{1/2}$. Y a partir de estas relaciones se calcula el porcentaje de pérdida de la rapidez en el rebote del cuerpo sobre la superficie.

Experimento II

Con un mecanismo de lanzamiento de proyectiles sobre una superficie horizontal, (mesa de formica), se lanza una esfera de hierro de 1,66 centímetros de diámetro (esfera de 18,82 gramos), horizontalmente, desde tres alturas diferentes, de: 28, 57 y 86 centímetros respectivamente; la esfera sale a una rapidez 2,7 m/s. (medida con un sensor electrónico de salida). Y confirmada por el cálculo de la distancia horizontal desplazada, como un valor de la rapidez de salida en: (2,68 +/- 0,04) m/s.

En su primer vuelo la esfera golpea la mesa y por cinemática básica se puede calcular el ángulo de incidencia; luego rebota de la mesa, en donde pierde aproximadamente un 27,26% de su rapidez, y cubre en un segundo vuelo, una distancia, hasta llegar nuevamente a la mesa (vuelo parabólico con $Y = Y_0$), el cual se mide por las huellas que deja la esfera sobre el papel carbón dispuesto sobre papel blanco dispuesto encima de la mesa, de donde se puede

estimar el ángulo del rebote (ver figura 4). El objetivo del experimento es el determinar que los ángulos de incidencia y rebote sobre una línea recta horizontal son iguales; ecuación 1.

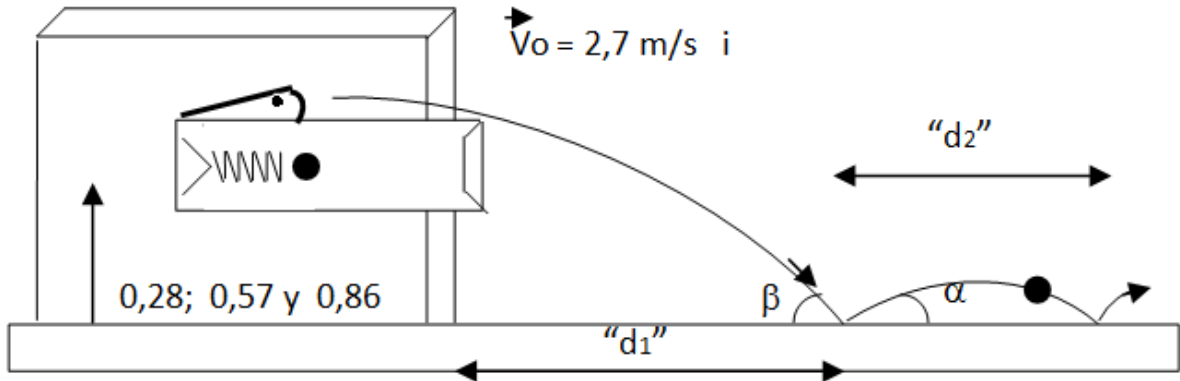


Figura 4: (Esquema del experimento de caída parabólico sobre formica).

Procedimiento

- Se carga el lanzador de proyectiles con la esfera en un lanzamiento horizontal.
- Se coloca sobre la mesa en el “pasillo de contacto” una capa de hojas blancas y papel carbón, para que la esfera en sus contactos deje las marcas.
- Se realizan siete lanzamientos y se toman las mediciones de las distancias para los cálculos. No se hace toma de los tiempos de vuelos, debido a que son medidas pequeñas y la reacción humana afectaría considerablemente el resultado.
- Con la altura de lanzamiento se obtiene el tiempo de vuelo 1, con este dato y la distancia horizontal (d_1), se obtiene la rapidez del lanzamiento la cual se compara con la suministrada por el sensor de rapidez. Luego con el cálculo de la velocidad final se obtiene el ángulo de incidencia.
- Considerando la pérdida de rapidez previamente establecida en 27,26% por mediciones de caída libre de la esfera sobre la mesa de formica, y la ecuación del alcance para un tiempo de vuelo exacto: $R = V_0^2 \text{Sen}(2\alpha)/g$. Con la medición de la segunda distancia (d_2), se obtiene el ángulo del rebote y se compara con el de incidencia.
- La pérdida de la rapidez se estima al dejar caer, en varios ensayos, la esfera desde una altura conocida y medir después de un rebote vertical la altura alcanzada.

Experimento III

Con un soporte universal se deja caer, desde una altura de 50 centímetros, una esfera plástica de 6,09 gramos, sobre una superficie metálica inclinada sistema de plano inclinado, a 20° y 25° de inclinación; la esfera golpea la superficie a 3,13 m/s con un ángulo de incidencia sobre esta de: ($\beta = 90^\circ$, caída vertical libre).

En su vuelo parabólico de rebote, con un porcentaje de pérdida de la rapidez calculado en un: 24,90 %, la esfera hace contacto nuevamente con la superficie inclinada, y se puede medir esta distancia por las huellas que deje sobre la misma por efecto de colocar papel carbón sobre hojas blancas dispuestas encima de la superficie inclinada. Con los datos de: la distancia desplazada por la inclinación y la rapidez de rebote, se calcula el ángulo del rebote con respecto a la horizontal, (ver figura 5). El objetivo del experimento es determinar que el ángulo de rebote cumple con la ecuación 1, de este trabajo. Esta situación del rebote parabólico, sobre una superficie recta inclinada en descenso, es visualizada en un ejemplo particular en la página 196, problema 3.258 del texto: (Meriam, J. / Kraige, L. año 2000).

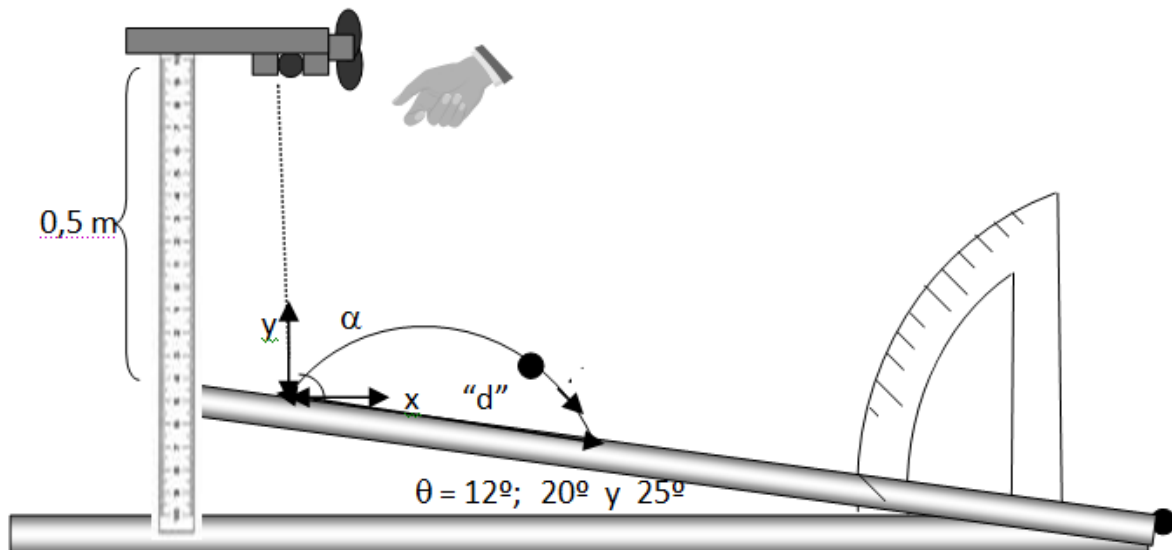


Figura 5: (Esquema del experimento de rebote parabólico sobre formica inclinada).

Las ecuaciones cinemáticas de esta situación son

$$d \cos(12) = V_r \cos(\alpha) \cdot t \quad \text{(Ecuación 3).}$$

$$0 = d \sin(12) + V_r \sin(\alpha) - 4,9(t)^2 \quad \text{(Ecuación 4).}$$

Al sustituir el tiempo de vuelo de la ecuación (3) en la ecuación (4), se tiene

$$0 = d\text{Sen}(12) + d\text{Cos}(12)\text{Tan}(\alpha) - 4,9(d\text{Cos}(12)/Vr\text{Cos}(\alpha))^2.$$

Esta relación expresada en función de la tangente del ángulo produce la siguiente relación cuadrática; (Ecuación 5).

$$-4,9(d\text{Cos}(12)/Vr)^2\text{Tan}^2(\alpha) + d\text{Cos}(12)\text{Tan}(\alpha) + (d\text{Sen}(12) - 4,9(d\text{Cos}(12)/Vr)^2) = 0.$$

Procedimiento

Se suelta la esfera, desde un soporte universal que la sujeta, la cual golpea la superficie inclinada a rapidez de 3,13 m/s. (desde los 0,5 metros), la pérdida de rapidez aceptada para este rebote es del 24,90 %, ($e = 0,751$), por lo que la rapidez de rebote es de: 2,35 m/s. Con este dato y el de "d" se calcula el ángulo de rebote y se compara con el resultado que sugiere la ecuación 2.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Experimento I (ver tabla 1 y tabla 2 sobre la pérdida de rapidez de un rebote en caída libre).

Tabla 1: Sobre superficie de fórmica.

Tipo de esfera	Masa	Altura inicial(h_1)	Altura rebote(h_2)	% pérdida de rapidez, (e)
1) Hierro	18,82 Grs.	50 Cm.	26,46 Cm.	27,26 % (0,7274)
2) Hierro	28,14 Grs.	50 Cm.	23,40 Cm.	31,61 % (0,6839)
3) Acero	30,45 Grs.	50 Cm.	21,61 Cm.	34,31 % (0,6569)

Tabla 2: Sobre superficie de hierro.

Tipo de esfera	Masa	Altura inicial(h_1)	Altura rebote(h_2)	% pérdida de rapidez, (e)
4) Plástico	6,09 Grs.	50 Cm.	28,2 Cm.	24,90% (0,7510)
5) Plástico	1,98 Grs.	50 Cm.	15,0 Cm.	45,22% (0,5478)
6) Goma	6,04 Grs.	30 Cm.	7,4 Cm.	50,52% (0,4948)

Nota: Se usarán las esferas con el mayor coeficiente de restitución, la esfera 1 para el rebote horizontal, y la esfera 4 para el rebote inclinado.

Experimento II (ver tablas 3 y tabla 4 sobre el resultado de siete ensayos en dos alturas diferentes en el rebote parabólico sobre una recta horizontal)

Tabla 3: Resultados para los 7 ensayos realizados en la altura de 0,28 metros.

Nº de ensayo	Ángulo de incidencia “β”	Distancia (d2) en Mts.	Ángulo del rebote “α”
01	40,94°	0,670	38,12°
02	40,94°	0,671	38,30°
03	40,94°	0,670	38,12°
04	40,94°	0,679	39,92°
05	40,94°	0,671	38,30°
06	40,94°	0,670	38,12°
07	40,94°	0,673	38,67°

El ángulo de rebote promedio, con su error promedio absoluto. α : $(38,80 \pm 0,63)^\circ$.

Tabla 4: Resultados para los 7 ensayos realizados en la altura de 0,57 metros.

Nº de ensayo	Ángulo de incidencia “β”	Distancia (d2), Mts.	Ángulo del rebote “α”
01	53,21°	0,980	50,28°
02	53,21°	0,970	51,67°
03	53,21°	0,970	51,67°
04	53,21°	0,981	50,12°
05	53,21°	0,973	51,28°
06	53,21°	0,972	51,41°
07	53,21°	0,976	50,87°

El ángulo de rebote promedio, con su error promedio absoluto, es $\alpha = (50,78 \pm 0,59)^\circ$

Experimento III (ver tablas 5, 6 y 7, sobre siete ensayos)

Tabla 5: Resultados para los 7 ensayos realizados a un ángulo de 12°.

Nº de ensayo	Ángulo de incidencia “β”	Distancia “d”, Mts	Ángulo del rebote “α”
01	90°	0,510	63,43°
02	90°	0,520	62,78°
03	90°	0,510	63,43°
04	90°	0,530	62,10°
05	90°	0,525	62,44°
06	90°	0,506	63,68°
07	90°	0,510	63,43°

El ángulo es: $(62,90 \pm 0,48)^\circ$. Según la ecuación $2, \alpha = 90^\circ - 2(12^\circ) = 66^\circ$. **Error del 6%**

Tabla 6: Resultados para los 7 ensayos realizados a un ángulo de 20°.

Nº de ensayo	Ángulo de incidencia "β"	Distancia "d", Mts	Ángulo del rebote "α"
01	90°	0,80	47,15°
02	90°	0,83	43,28°
03	90°	0,83	43,28°
04	90°	0,81	46,01°
05	90°	0,815	45,38°
06	90°	0,81	46,01°
07	90°	0,80	47,15°

El ángulo es: $(45,10 \pm 1,24)^\circ$. Según la ecuación 2, $\alpha = 90^\circ - 2(20^\circ) = 50^\circ$. **Error del 10%.**

Tabla 7: resultados para los 7 ensayos realizados a un ángulo de 25°.

Nº de ensayo	Ángulo de incidencia "β"	Distancia "d", Mts	Ángulo del rebote "α"
01	90°	0,580	37,15°
02	90°	0,576	38,63°
03	90°	0,585	33,80°
04	90°	0,585	33,80°
05	90°	0,574	39,27°
06	90°	0,574	39,27°
07	90°	0,583	35,60°

El ángulo es: $(36,55 \pm 1,86)^\circ$. Según la ecuación 2, el ángulo $\alpha = 90^\circ - 2(25^\circ) = 40^\circ$. Error del 8,6%.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Experimento I

Todo cuerpo que rebota de una superficie tiene pérdida de rapidez o conservación de una parte de ésta, denominada coeficiente de restitución "e".

Experimento II

- El ángulo de rebote es cercano al ángulo de incidencia, la diferencia máxima es de $2,82^\circ$ en el experimento a 0,28 metros; y de $3,25^\circ$ en el experimento a 0,57 metros. Y de $4,26^\circ$. Por lo que se puede concluir que es aceptable asumir, que la situación de los ángulos de incidencia y de rebote son iguales, en una superficie recta horizontal, para análisis de una partícula con capacidad de rebotar, en el estudio básico de la cinemática; ecuación 1.
- Todos los ángulos de rebote, incluso sumándole la holgura del error promedio absoluto, son menores al de la incidencia, debido a que en el contacto, la esfera tiende a girar sobre su centro de masa originando un ángulo de rebote siempre inferior. Esta afirmación puede excluirse al considerar el cuerpo que rebota como una partícula, o

puede considerarse como: porcentaje de “pérdida en la inclinación de rebote” de un cuerpo que rebota sobre una superficie recta horizontal; observación sugerida en el ejercicio 4.2.4, el cuál fue tomado del texto: (Serway R./ Jewett, J. 2008).

Experimento III

- a) Los ángulos de rebote son cercanos a los propuestos, en el “uso” de la ecuación 2 propuesta por el autor como avance de la cinemática del movimiento parabólico, en su artículo del rebote parabólico sobre una línea recta inclinada; para los resultados obtenidos en los experimentos la diferencia máxima fue de: $3,90^\circ$ para la inclinación de 12° . $6,72^\circ$ para la inclinación de 20° . Y de $6,20^\circ$ para la inclinación de 25° .
- b) Todos los ángulos de rebote, incluso sumándole la holgura del error promedio absoluto, son menores al de la incidencia, debido a que en el contacto, la esfera tiende a girar sobre su centro de masa originando un ángulo de rebote siempre inferior. Esta afirmación puede excluirse al considerar el cuerpo que rebota como una partícula, o puede considerarse como: porcentaje de “pérdida en la inclinación de rebote” de un cuerpo que rebota sobre una superficie recta inclinada.
- c) Queda como reto al lector la confirmación de todos estos resultados, en todos los experimentos por medio de ensayos más exactos, que incluyan sensores electrónicos para el cálculo de los tiempos de vuelo entre los contactos, para así no depender del inexacto cálculo de la rapidez de rebote y de su porcentaje de pérdida; así como contenedores al vacío para los experimentos para despreciar la fricción del aire circundante.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La consideración principal asumida, es que la magnitud del ángulo de incidencia con respecto a la superficie de choque será igual a la magnitud del ángulo de salida con respecto a la misma superficie, denotándose con la letra griega: “ γ ”, cuando el cuerpo se asume como una partícula; lo que permite el uso de las ecuaciones 1 y 2 señaladas en este trabajo; válidas en la consideración de un error máximo posible para con la realidad del rebote, (Experimentos controlados), del 10 %.

Este hecho escasamente se estudia en las situaciones cinemáticas en una y dos dimensiones de la Física clásica, y solo cuando la superficie de contacto es una línea recta

horizontal o vertical, en problemas particulares de la Física I, consultados en los textos de los autores: Serway, R. & Jewett, J. (2008) y Sears, F., Zemansky, M. & Young, H. (2004).

Se recomienda ampliar el contenido de la cátedra de Física I o Física III, al incluir las situaciones del rebote rectilíneo, y del rebote parabólico sobre líneas rectas horizontales, verticales ecuación 1 ya aceptada como idealización de Física I; y del rebote parabólico sobre superficies inclinadas, propuestas por el autor: ecuación 2 (rebote hacia abajo), en las clases del tema parabólico, en donde se incluya el rebote hacia arriba.

Se recomienda mantener la experimentación del rebote parabólico en experimentos controlados del laboratorio de Física I, para confirmar los resultados obtenidos en esta investigación así como para mejorar la calidad de los mismos al incluir sensores electrónicos. Y Queda como reto al lector, la experimentación sobre cuerpos que reboten parabólicamente hacia arriba, luego de colisionar con una superficie recta inclinada.

REFERENCIAS

- Berr, F. y Russel, E. (1999). *Mecánica vectorial para ingenieros, dinámica*. Sexta edición. Editorial Mc Graw Hill. México.
- Bela, S. y Richter, K. (1989). *Mecánica para ingenieros, Dinámica*. Segunda edición. Editorial, Prentice-hall-Inc. México.
- Meriam J.L. / Kraige L.G. (2000). *Dinámica, Mecánica para ingenieros*. Tercera edición. Editorial Reverte, S.A. Barcelona. España, 196-198.
- Sears, F. Zemansky, M. y Young, H. (2004). *Física, volumen I*. Décima primera edición. Editorial Addison Wesley. México.
- Serway, R. y Jewett, J. (2008). *Física, volumen I*. Séptima edición. Editorial Abril-Vega-Orozco. México, 98.
- Tirado, A. (2018). El rebote parabólico sobre una superficie recta inclinada. *Paradigma*. XXXIX(1), junio de 2018, pp 112-124. Disponible en: <http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/6780>.

Autores

Alberto Antonio Tirado Sanabria

Ingeniero Industrial, Universidad de Oriente, Núcleo de Anzoátegui, en 1997.

Máster en educación, mención enseñanza de la Matemática Básica

Universidad de Oriente. 2010.

Autor de los textos:

Mecánica Clásica para estudiantes de Ingeniería, Física I” 2da edición del 2015

“Calculo Diferencial” en término del borrador final

“Manual para la prueba Ser Bachiller” en arbitraje para su publicación, por la U.G.

Profesor Contratado, en la Universidad de Guayaquil. Ecuador. Facultad de Ciencias

Matemáticas y Físicas, 2018.

Alberto.tirados@ug.edu.ec.

Gustavo Rafael García Mendoza

Ingeniero Industrial, Universidad de Guayaquil, Facultad de Ingeniería Industrial, en 1986.

Máster en Administración Pública, Universidad de las Américas, Quito 2012.

Profesor Titular de categoría Auxiliar.

Universidad de Guayaquil Ecuador. Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas, 2014.

gustavo.garciam@ug.edu.ec