

LA PROBABILIDAD EN LOS TEXTOS DE MATEMÁTICA DE 7° GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Nelly A. León Gómez

nellyleong@hotmail.com

(UPEL-IPM)

Recibido: 11/11/2005

Aprobado: 06/02/2006

RESUMEN

El azar está presente en todos los contextos donde el hombre se desenvuelve; de allí la importancia de lograr que en su formación éste desarrolle el pensamiento aleatorio. La Probabilidad, como rama de la Matemática, ofrece conceptos y métodos para manejar la incertidumbre y tomar decisiones. Por eso, su estudio se inicia en los primeros niveles educativos donde se analizan de manera intuitiva cuestiones en las que interviene el azar, para luego ir formalizando progresivamente. Estando incluido este tema en los programas oficiales de Matemática, los libros de texto lo desarrollan siguiendo los contenidos previstos, siendo éstos en séptimo grado: la resolución de problemas no deterministas y la representación de eventos mediante diagramas de árbol. Los libros son un excelente recurso tanto para el docente como para el estudiante; en consecuencia, al plasmar en ellos los contenidos de un área específica el autor debe realizar una transposición didáctica para convertir el “saber sabio” en un “saber escolar” que el alumno pueda comprender. En este trabajo se presentan los resultados de la revisión de cuatro textos de Matemática de 7° grado de Educación Básica en los cuales se analizó: alcance de los contenidos, secuencia, ejemplos y problemas, enfoque de la probabilidad y uso del lenguaje del azar; todo esto con el fin de mostrar la riqueza del lenguaje empleado en esta área y detectar formas de presentación que puedan generar ambigüedades y malas interpretaciones de los conceptos probabilísticos.

Palabras clave: probabilidad; libros de texto; lenguaje probabilístico; matemática.

THE STUDY OF PROBABILITY IN BASIC EDUCATION 7TH GRADE TEXTBOOKS

ABSTRACT

Change is part of all contexts involving humans. This fact determines its importance as a part of a person's mental development. Probability, a branch of mathematics, offers concepts and methods that can help a person's decision making process and uncertainty management. As part of the official curriculum for basic education, the probability content for the 7th grade is organized in two areas: the resolution of non deterministic problems, and the representation of events using tree diagrams. Textbooks are an excellent resource for the teacher and the student; therefore, the author must design the content with a didactic approach that transforms the “known knowledge” into a “school knowledge” comprehensible to the student. This article reviews four 7th grade math textbooks according to four criteria: content scope, sequence, examples and problems, approach to probability and use of terminology. The goal was to show the specificity of language use and detect ambiguities that may result in misinterpretation of probabilistic concepts.

Key words: probability; textbooks; probabilistic terminology; mathematics.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la probabilidad cada día cobra más importancia debido al reconocimiento de la presencia de la incertidumbre en las acciones del hombre y de la naturaleza. Dos corrientes diferentes circulan en cuanto al período en que debe iniciarse el estudio de esta área. Una formalista, influenciada por las teorías de Piaget (Herrera, 2004) que sostiene que para la comprensión de las nociones de azar y de probabilidad se requiere un cierto nivel de razonamiento combinatorio el cual se obtiene alrededor de los quince años, y otra, de carácter frecuencial, basada en las propuestas de Fischbein de hacer un tratamiento más experimental con soporte en la intuición (Perusini y Ferrero, 2002).

En Venezuela se ha adoptado la segunda corriente y, ya desde el primer grado de Educación Básica, se incluyen nociones elementales como el estudio de las relaciones “más frecuente” y “menos frecuente”, para el desarrollo de las cuales el Currículo Básico Nacional sugiere la utilización de materiales concretos y situaciones del entorno inmediato del niño.

En las clases de Matemática es donde se desarrollan los contenidos de Probabilidad. Allí los estudiantes, orientados por su profesor, participan en actividades que les permiten el intercambio de ideas, estableciéndose un “sistema comunicacional de significados, donde la negociación de los mismos constituirán sus aprendizajes” (Parra, 1998, p. 152).

Este sistema comunicacional se sustenta en el canal natural que es el lenguaje (verbal, escrito, simbólico). El profesor explica y presenta situaciones para la discusión. Los estudiantes comentan, hacen y responden preguntas; si algo no les ha quedado claro tienen la posibilidad de retomar la discusión hasta lograr una mejor comprensión (Rodríguez, 2002).

En clase se evidencia que enseñar es un “acto de habla”, el nuevo conocimiento se construye a través de interacciones y conversaciones entre profesores y sus alumnos utilizando fundamentalmente la lengua hablada. Acceder a ella en forma provechosa implica abordar el fondo del asunto sobre el que se habla y la riqueza del pormenor adherido a él (Balderas y Cantoral, 2004). El lenguaje probabilístico, rico en matices

interpretativos, es exigente en su comprensión y por lo tanto propiciador de extensas discusiones en el aula.

No obstante, a pesar de existir la posibilidad de intercambio de ideas entre los actores del proceso educativo, hay otros factores que no deben obviarse: los programas de Matemática, donde están incluidos los tópicos sobre probabilidad, son muy extensos mientras que el número de horas de clase semanales de esta asignatura es muy reducido. Debido a esto, y aun cuando coincida con Gardner (1993), citado por Scott (2000), quien señala que “Cubrir materia es enemigo de comprender conceptos”, el docente no puede abarcar ampliamente los temas que se tratan en clase por lo que los estudiantes deben recurrir a los textos para profundizar en ellos.

El texto se convierte entonces en una gran ayuda para el estudiante, pero para que esto sea así, él debe estar preparado para comprender lo que lee, pues a menudo “El texto no viene expresado en la lengua que espera el alumno o en una lengua suya, por lo tanto debe traducirlo a su propio lenguaje y comprender el sentido de lo expresado” (Berraondo *et al.*, 2004, p. 428). En el caso de la probabilidad, esto se dificulta si no hay un buen uso del lenguaje propio de este campo, lo que puede dar lugar a ambigüedades y confusiones que tendrán que ser identificadas y resueltas para que el alumno logre un aprendizaje correcto (August-Rottman, 1998).

Los planteamientos anteriores fundamentan esta investigación, cuyo propósito principal es determinar la variedad de términos presentes en los textos de Matemática al desarrollar los contenidos de probabilidad y sus interpretaciones subyacentes, lo que brindará la oportunidad de ofrecer sugerencias sobre el manejo de estos recursos al estudiar los fenómenos regidos por el azar y la incertidumbre.

OBJETIVOS

- a. Analizar el desarrollo de los contenidos de probabilidad en los textos de Matemática.
- b. Mostrar la variedad de términos referidos al azar y a la probabilidad presente en los textos de Matemática y sus interpretaciones subyacentes.

- c. Comparar la significación que distintos textos asignan a estos términos y cómo ésta coincide o diverge de las interpretaciones informales que manejan los estudiantes.
- d. Analizar las situaciones que contextualizan el planteamiento de problemas de probabilidad en los textos de Matemática.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El lenguaje es el medio que por naturaleza utiliza el ser humano para comunicarse y como la educación es, en esencia, un fenómeno comunicacional, éste juega un papel importante en el proceso enseñanza-aprendizaje de cualquier disciplina y muy especialmente en el caso de la Matemática, donde, además del lenguaje común, se emplea otro técnico y formal. El manejo de ambos es fundamental para el aprendizaje en esta área, pues si éste es deficiente incidirá negativamente en la comprensión de los conceptos y por el contrario, si es apropiado, contribuirá al desarrollo del pensamiento matemático y facilitará la resolución de problemas (Quesada, 1998; Rodríguez, 2002).

El proceso enseñanza-aprendizaje será efectivo en la medida que se establezca una buena comunicación en el aula; en el caso de la Matemática el código de dicha comunicación contempla las dos formas de lenguaje a la que nos hemos venido refiriendo. Rothery (1980), citado por Ortiz, Batanero y Serrano (2001), diferencia tres categorías de palabras usadas en la enseñanza de la Matemática:

- a) Palabras específicas de la Matemática que tienen significados bien precisos y que no pertenecen al lenguaje corriente. En esta categoría encontramos vocablos algebraicos, geométricos, probabilísticos, que deben emplearse con su sentido intrínseco para que el aprendizaje de los conceptos pueda ser correcto.
- b) Palabras que aparecen tanto en el lenguaje matemático como en el corriente, aunque a veces con distintos significados.
- c) Palabras que aparecen en ambos lenguajes con la misma o muy similar significación.

Lo señalado por Rothery se evidencia claramente en la terminología probabilística. El hombre se enfrenta diariamente y en cada ámbito de su existencia a situaciones regidas por el azar. Es decir, los fenómenos aleatorios están presentes en cada aspecto de su vida: en el trabajo, en el

hogar, en las relaciones sociales, en las diversiones y entretenimientos, en las cuales debe tomar decisiones sin tener seguridad absoluta de los resultados que éstas puedan arrojar; así se va formando una idea intuitiva de lo que es la incertidumbre y el azar (León, 1998, p. 132).

No obstante, en muchos casos esa idea puede no ser totalmente correcta; pero independientemente de ello, los individuos la manejan libremente utilizando una variedad de expresiones correlativas como: posible, imposible, casual, casualidad, fortuito, seguro, probable, imposible, suerte y hasta mala suerte.

La interpretación que el estudiante le da a estos vocablos no siempre coincide con la que se maneja al desarrollar los temas de probabilidad. Por lo tanto, coincidimos con Azcárate y Cardeñoso (1996, p. 166) al señalar que:

Uno de los elementos que hemos de considerar como imprescindibles a la hora del diseño del proceso de enseñanza y aprendizaje (de la probabilidad) es el significado que los sujetos otorgan a los términos que habitualmente emplean en contextos cotidianos

Aspecto que además debe ser considerado en los libros de texto al desarrollar cada tema en particular. Éste es un excelente recurso didáctico del que se puede valer el docente como fuente de consulta y de investigación, y el estudiante como medio de aprendizaje donde puede profundizar lo tratado en clase y encontrar una gama de problemas planteados por resolver. Cuando se quiere plasmar en un texto los contenidos de una disciplina, Chevallard, Bosch y Gascón, citados por Gatica *et al.*, (2002), señalan que se debe realizar una transposición didáctica para convertir el “saber enseñar” o conjunto de conocimientos en los que se traducen los objetos a enseñar, destinados a que el alumno los pueda adquirir, en “saber escolar” comprensible para los estudiantes.

En el caso de los contenidos de probabilidad, el libro de texto debe ser autocontenido en el sentido de que pueda ser comprensible por el lector sin necesidad de acudir a explicaciones externas de otras fuentes, de lo que sí puede hacer uso el lenguaje hablado empleado por el docente en el aula de clase (Durkin y Shire, 1991, citados por Hyde, 1998).

Los niños al ingresar a Educación Básica ya traen un pensamiento numérico logrado de manera no intencional (Lanner y Faulin, 2002); además sabemos, a través de estudios reportados por investigadores como Batanero, Serrano, Azcárate, Cardeñoso y León, que en ese momento también manejan de manera informal muchos términos asociados al azar y a la probabilidad; por lo tanto, al usar el lenguaje matemático para plasmar en un texto los conceptos correspondientes a los contenidos de probabilidad, el autor deberá tomar en cuenta que, según lo señalan Lerner y Palacios (1990), citados por Heller y Thorogood (1995, p. 8) “Las informaciones que el niño adquiere no son incorporadas por él con un significado idéntico al que le atribuye el informante, sino que son interpretados por el niño a partir de los esquemas de asimilación que él ha adquirido” o bien, como lo señalan Gil y Kaczuriwsky (2004), “La práctica de un discurso es inseparable de cierto funcionamiento cognitivo” (p. 897); y en tal sentido debe ingeniárselas para lograr que el niño, al leer, capte el correcto significado que se quiere expresar.

METODOLOGÍA

Se presenta una investigación de carácter documental con un enfoque hermenéutico, pues se trata de analizar el lenguaje formal utilizado en los libros de texto e interpretar el significado que le dan los autores, contraponiéndolo a las creencias populares que manejan los usuarios de dichos textos. Además, se pretende indagar acerca de la contextualización de los problemas planteados en los distintos ámbitos en el que se desarrollan los fenómenos aleatorios. Como unidades de análisis se tomaron cuatro textos de Matemática de 7° Grado de Educación Básica de diferentes autores entre los más recomendados por los docentes (cuadro 1).

Cuadro 1
Textos de Matemática de 7° Grado de Educación Básica seleccionados para el estudio

Ident.	Autor	Fecha Edición	Editorial	N° Páginas	N° Págs. Probabilidad
A	Rojas, Julián Salazar, Jorge	1990	Romor	240	4
B	Figueroa, Júpiter	1994	Colegial Bolivariana	307	18
C	Salcedo, Audy Paredes, Biviano	1997	Santillana	231	7
D	Suárez, Estrella Durán, Darío	2002	Santillana	240	6

En primer lugar se revisó el desarrollo de los contenidos de probabilidad en cada texto, la secuencia, los ejemplos y el enfoque de la probabilidad que manejan con el fin de detectar errores o formas de presentación que puedan generar ambigüedades y malos entendidos en los estudiantes. Luego se procedió a hacer un estudio detallado del lenguaje utilizado clasificándolo en dos categorías: a) expresiones referidas al azar y b) expresiones referidas a los experimentos aleatorios. Finalmente, se analizaron los problemas planteados para ver en qué medida la probabilidad se está empleando como un medio para la integración de la matemática con otras áreas de estudio.

Contenidos de probabilidad presentes en los programas de matemática de 7° grado de educación básica

En 7° grado de Educación Básica, el *curriculum* contempla dos objetivos sobre Probabilidad, a saber:

- Obj. 28: resolver problemas donde se apliquen nociones elementales de probabilidad.
- Obj. 29: representar eventos de un experimento aleatorio mediante diagramas de árbol.

En los cuatro libros, estos contenidos están ubicados al final por corresponder a los últimos objetivos del programa y dedican un escaso número de páginas a su desarrollo, como se muestra en el Cuadro 1.

DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS DE PROBABILIDAD EN LOS TEXTOS SELECCIONADOS

La evaluación de cómo los textos presentan los contenidos de probabilidad se realizó tomando en cuenta criterios tales como: forma de introducir el tema, si hace o no uso de la historia de la probabilidad como elemento motivador, la distribución de los contenidos en secciones, la definición de probabilidad que manejan: la clásica o la frecuencial, la formalización o no de conceptos acorde con el nivel al cual está dirigido, el enunciado de propiedades básicas de la probabilidad, utilización de diagramas de árbol en la resolución de problemas, vinculación con la Estadística y con otras áreas de conocimiento y, el tipo de ejemplos y problemas resueltos y propuestos y el contexto en el que estos se plantean. Los resultados de este análisis se resumen en los siguientes cuadros:

Cuadro 2
Análisis del texto A

ASPECTOS	COMENTARIOS
Motivación inicial	Ninguna
Referencias históricas	Ninguna
Secciones incluidas	1) Azar y Probabilidad, 2) Diagramas de árbol, 3) Nociones de Probabilidad
Definición de Probabilidad	Definición frecuencial pero ejemplificada con aplicaciones de la definición clásica.
Formalización de conceptos básicos de probabilidad	Ninguno
Propiedades de la probabilidad	Ninguna
Utilización de diagramas de árbol en la resolución de problemas de probabilidad	Sólo muestra ejemplos de diagramas de árbol pero no los utiliza para determinar probabilidades de eventos
Ejemplos y problemas resueltos	- Dos ejemplos de diagramas de árbol referidos a extracción de bolas y lanzamiento de dos dados. - Dos ejemplos de cálculo de probabilidad en las mismas situaciones.
Problemas o ejercicios propuestos	Un ejercicio para identificar fenómenos que se producen al azar. Cuatro ejercicios elementales para el cálculo de probabilidad, pidiendo en uno de ellos el uso de diagramas de árbol
Vinculación con la Estadística y con otras áreas	Ninguna

Cuadro 3
Análisis del texto B

ASPECTOS	COMENTARIOS
Motivación inicial	Ninguna
Referencias Históricas	Ninguna
Secciones incluidas	1) Fenómenos determinísticos y aleatorios, 2) Definición de Probabilidad, 3) Probabilidad de que un suceso no ocurra, 4) Diagramas de árbol
Definición de Probabilidad	Definición clásica (a priori) Definición con base experimental (a posteriori)
Formalización de conceptos básicos de probabilidad	“Condición $P = 0$ ” (Por evento imposible) “Condición $P = 1$ ” (Por evento seguro)
Propiedades de la probabilidad	$0 \leq p \leq 1$ $P' = 1 - P$ (Probabilidad de que P no ocurra)
Utilización de diagramas de árbol en la resolución de problemas de probabilidad	Especificación de la probabilidad en cada rama del diagrama Utilización de la noción de independencia de eventos para el cálculo de probabilidades a través de diagramas de árbol. No aplica la definición clásica cuando usa estos diagramas Manejo de la probabilidad condicional.
Ejemplos y problemas resueltos	Siete problemas de aplicación de la definición clásica y cuatro del uso de diagramas de árbol cada uno con tres o cuatro preguntas explicadas en detalle con el uso de gráficos, haciendo énfasis en propiedades de la probabilidad, referidos principalmente a juegos del azar y a selección de personas.
Problemas o ejercicios propuestos	Un ejercicio donde se pide citar ejemplos de fenómenos aleatorios y determinísticos. Catorce problemas para el cálculo de probabilidades que incluyen: probabilidades compuestas, del complemento de un evento y condicional. Nueve problemas para el cálculo de probabilidades mediante el uso de diagramas de árbol. Todos ellos en situaciones clásicas de lanzamientos de dados y monedas y selección de diversos objetos o personas.
Vinculación con la Estadística y con otras áreas	Ninguna, a pesar de dar la definición frecuencial de probabilidad

Cuadro 4
Análisis del texto C

ASPECTOS	COMENTARIOS
Motivación inicial	Problema titulado "Un almuerzo discutido" en el contexto del juego de béisbol como motivación hacia la probabilidad
Referencias históricas	Reseña histórica de Gerolano Cardano autor de <i>Liber de Ludo Alae</i> o Libro de los Juegos de Azar en 1550.
Secciones incluidas	1) Nociones de Probabilidad, 2) Conceptos básicos de probabilidad, 3) Asignación de probabilidades, 4) Problemas de probabilidad, 5) Diagramas de árbol y 6) Aplicaciones de diagramas de árbol.
Definición de Probabilidad	Definición clásica y definición empirista o frecuentista.
Formalización de conceptos básicos de probabilidad	Espacio muestral, punto muestral, evento, evento seguro, evento imposible, idea de equiprobabilidad.
Propiedades de la probabilidad	La probabilidad de un evento es mayor o igual que cero y menor o igual que uno. La suma de las probabilidades de todos los puntos maestres de un experimento aleatorio es igual a 1.
Utilización de diagramas de árbol en la resolución de problemas de probabilidad	Utilización de diagramas de árbol conjuntamente con la definición clásica de probabilidad en espacios muestrales en situaciones de equiprobabilidad.
Ejemplos y problemas resueltos	Dos problemas para el cálculo de probabilidades en el contexto del lanzamiento de un dado y dos referidos a la selección de personas. Un problema sobre diagramas de árbol para el cálculo de probabilidad al lanzar tres monedas al aire.
Problemas o ejercicios propuestos	Un ejercicio para identificar experimentos aleatorios y determinísticos. Un problema con tres experimentos para identificar espacio muestral, puntos muestrales y el evento. Tres ejercicios sobre lanzamiento de dados para el cálculo de probabilidades sencillas. Dos problemas referidos al juego de béisbol y dos a la selección de personas para aplicar la definición clásica. Tres ejercicios de construcción de diagramas de árbol y dos de utilización de éstos en el cálculo de probabilidades. Al finalizar la unidad plantea ocho problemas variados.
Vinculación con la Estadística y con otras áreas	Menciona la aplicación de la probabilidad a diversas disciplinas como la economía, psicología, física, ingeniería, estadística. Utiliza el juego de béisbol como motivación inicial y para el enunciado de algunos problemas.

Cuadro 5
Análisis del texto D

ASPECTOS	COMENTARIOS
Motivación inicial	Texto relacionado con la Estadística titulado: "¿Cuántos matrimonios se realizan cada año en Venezuela?"
Referencias históricas	Origen del adjetivo aleatorio, Origen de la palabra Azar y del cálculo de probabilidades, Reseña histórica de Gerolano Cardano.
Secciones incluidas	1) Probabilidad, 2) Diagramas de árbol
Definición de Probabilidad	Definición clásica
Formalización de conceptos básicos de probabilidad	Espacio muestral, Eventos o sucesos, idea de equiprobabilidad, Suceso imposible, suceso seguro.
Propiedades de la probabilidad	$0 \leq P(E) \leq 1$
Utilización de diagramas de árbol en la resolución de problemas de probabilidad	Utilización de diagramas de árbol para especificar el espacio muestral de un experimento aleatorio y aplicación de la definición clásica de probabilidad. Especificación de la probabilidad en cada rama del diagrama Utilización de la noción de independencia de eventos, pero sin hacer mención a ella, en el cálculo de probabilidades con estos diagramas.
Ejemplos y problemas resueltos	Dos ejemplos sencillos referidos al lanzamiento de una moneda y de un dado donde se aplicó la definición clásica. Dos ejemplos de lanzamiento de monedas para la construcción de diagramas de árbol y su utilización para calcular probabilidades.
Problemas o ejercicios propuestos	Un ejercicio sobre experimentos aleatorios y determinísticos Siete problemas para aplicar la definición clásica: dos referidos al lanzamiento de dados y monedas y cinco relacionados con la selección de diversos objetos al azar. Cinco problemas sobre diagramas de árbol: cuatro sobre lanzamiento de dados y monedas y uno sobre el sexo de los hijos de un matrimonio. Finaliza con doce problemas en contextos variados: selección de pelotas de una caja, bolitas de un bombo, cartas de una baraja española, fichas de dominó de una bolsa, zapatos de diferentes colores de cajas y medias de diferentes colores de gavetas
Vinculación con la Estadística y con otras áreas	Menciona la utilización de la probabilidad en la toma de decisiones en situaciones que se presentan en diferentes áreas.

Conviene también destacar algunas formas de presentación en los textos analizados que no son claras o bien tienden a crear confusión y malas interpretaciones en los lectores. Por ejemplo, el texto A presenta como ejemplos de experimentos aleatorios los siguientes: “Lanzas una moneda y sale cara”; “En una caja hay pelotas rojas y azules, metes la mano y sacas una pelota roja”, y luego señala: “Observa que en estos fenómenos no se puede predecir, en forma completamente segura, qué va a suceder” (p. 202)

Obviamente, estas situaciones no corresponden a fenómenos aleatorios, sino a eventos o sucesos asociados a un experimento aleatorio. En el primer caso el experimento consistiría en lanzar al aire una moneda y observar si al caer muestra cara o sello y se está interesado en uno de los resultados posibles: que salga cara. En el segundo caso, el experimento consistiría en escoger una pelota al azar y observar su color, y se estaría interesado en que la bola seleccionada sea roja.

En la siguiente sección, titulada “Nociones de Probabilidad”, este mismo texto introduce el tema desde la perspectiva frecuentista. A través de un ejemplo se trata de obtener la probabilidad de “que salga cualquiera de los números” al lanzar un dado. En un primer cuadro se presentan datos correspondientes a 100 lanzamientos y un segundo cuadro corresponde a 200 lanzamientos de un dado, los cuales se muestran a continuación (p. 204):

Resultado obtenido	Frecuencia	Frecuencia 100
1	16	0,16
2	14	0,14
3	15	0,15
4	18	0,18
5	16	0,16
6	21	0,21

Resultado obtenido	Frecuencia	Frecuencia 200
1	33	0,165
2	35	0,175
3	32	0,16
4	34	0,17
5	34	0,17
6	32	0,16

En dichos cuadros se utilizan las expresiones “Frecuencia 100” y “Frecuencia 200” en lugar de referirse a éstas como frecuencias relativas. Luego, comparando éstas en ambos casos acota: “A medida que se realizan más lanzamientos la diferencia entre las frecuencias de los resultados tiende a ser más pequeña, concretamente se aproxima al valor $1/6 = 0,16$ ”, y concluye señalando que “en este caso decimos que la probabilidad de que salga cualquiera de los números, es $1/6$ ” (p. 204).

Se considera que, desde el punto de vista didáctico, este ejemplo es inapropiado para introducir la idea de probabilidad a través de la aproximación frecuencialista, posiblemente, y enunciado de una manera correcta podría utilizarse para ejemplificar resultados equiprobables.

El texto C caracteriza los experimentos deterministas o “no fortuitos” como aquellos que “*bajo las mismas condiciones producen resultados iguales*” y los aleatorios o fortuitos como aquellos que al realizarse “*bajo las mismas condiciones producen resultados distintos*” (p. 181). Esta caracterización no es del todo comprensible, sobre todo para los que no manejan apropiadamente la idea del azar. ¿A qué conclusión llegará un niño de 7° grado, que lea lo antes planteado, si al lanzar una moneda dos veces “bajo las mismas condiciones” obtiene cara en ambos lanzamientos? Posiblemente pensará que se trata de un experimento determinístico.

$$P = \frac{N^{\circ} \text{ de opciones favorables}}{N^{\circ} \text{ de opciones posibles}}$$

En algunos casos, los textos dan por sobreentendidos elementos claves de algunos conceptos, como por ejemplo el Texto B cuando enuncia la definición de probabilidad clásica como:

Pero no aclara que esas opciones deben ser equiprobables y excluyentes unas de otras. Igualmente cuando enuncia el siguiente ejemplo:

“En un salón de clase hay 38 alumnos, de los cuales 14 son hembras y el resto son varones. El profesor selecciona al azar un alumno para hacerle una pregunta c) ¿Qué probabilidad hay de que seleccione a Patricia?” (p. 246)

La respuesta se da de esta forma:

*Como Patricia es sólo un alumno entre los 38 del salón: $n = 1$
La probabilidad de que el profesor seleccione a Patricia es :
 $P = 1/38 = 0,026$ (2,6%)”* (p. 247).

Pero, el enunciado no indica que Patricia sea una alumna del salón. De no ser así, n sería 0 y $P = 0/38 = 0$. Estos son sólo algunos ejemplos de los problemas encontrados en la revisión de los textos.

USO DEL LENGUAJE PROBABILÍSTICO EN LOS TEXTOS ANALIZADOS

El estudio detallado del discurso utilizado en la presentación de los contenidos de probabilidad, permitió clasificar las expresiones en dos clases: a) expresiones referidas a la aleatoriedad, y b) expresiones referidas a los experimentos aleatorios. A continuación se destacan algunos aspectos relevantes sobre estas categorías.

EXPRESIONES REFERIDAS A LA ALEATORIEDAD

Incluimos en esta clasificación las expresiones que buscan definir lo que es la aleatoriedad o a presentar sus características. El primer término que destacamos es *azar*, empleado para caracterizar la forma de ocurrencia de los fenómenos aleatorios; es decir, aquellos que tienen que ver con la imposibilidad de *predecir*, o de *conocer de antemano* los resultados. El texto A lo expresa de la siguiente manera: “*no se puede predecir en forma completamente segura lo que va a suceder*” (p. 202); los textos B y C acotan que no se puede predecir *con exactitud* los resultados. Las expresiones *completamente segura* y *con exactitud*, indican que puede haber cierta forma de predicción pero que ésta no es total; en estos casos el *azar* se asocia a una falta de control sobre los resultados.

El texto D, por su parte, asocia *azar* con *suerte*; interpreta el *azar* como “*casualidad o hecho fortuito*”, y señala que los juegos de *azar* son aquellos “*cuyos desenlaces dependen de la suerte más que de la habilidad o conocimiento de los jugadores*” y el “*adjetivo aleatorio se aplica a los juegos de azar y a la suerte en general*” (p. 200). Este texto complementa la definición de experimento aleatorio diciendo que “*es un fenómeno que se puede repetir a voluntad en condiciones prácticamente idénticas*” (p. 200), donde la expresión *repetir a voluntad*, en cierta forma, choca con la noción de *azar* como algo *fortuito*. Expresiones como *por casualidad*, *impredecible*, *no tiene nada que ver*, también son utilizadas para dar la idea de aleatoriedad.

Otros términos vinculados al *azar* como forma de ocurrencia de un fenómeno son: *sin ver*, *sin mirar*, utilizados por los textos analizados: “*En una bolsa hay dos metras rojas y dos azules (idénticas, salvo el color) y se sacan dos en forma consecutiva y sin mirar*” (Texto D, p. 213).

En este caso, el adjetivo *idénticas* junto con la expresión *sin mirar* se usan para garantizar que la extracción es aleatoria. Igualmente, el texto

D utiliza la expresión *dejar a la suerte* para indicar un procedimiento aleatorio: “Durante un paseo, Juan, María y Pedro encuentran una moneda y deciden **dejar a la suerte** quién se quedará con ella” (p. 203), lo cual es consistente con la noción de azar como suerte manejada con anterioridad por dicho texto.

La literatura vinculada con las interpretaciones del azar y lo aleatorio reportan una degradación de estas condiciones que van desde lo *seguro* hasta lo *imposible*. En los textos se encontraron expresiones que corroboran estas concepciones. Las primeras son las ya mencionadas: *con exactitud o completamente seguros*, otras son: *certeza, seguridad, 100% de seguridad, 90% de seguridad, más probable, igualmente probable, grado de certidumbre, impredecible y ninguna probabilidad*. En el extremo superior de la escala de degradación está la palabra *certeza*, por ejemplo en:

“Un suceso es seguro si con certeza ocurrirá” (Texto C, p. 182).

Esto es equivalente a *100% de seguridad* o “con seguridad”:

“... no es posible predecir con 100% de seguridad que lloverá en un sitio determinado ni a una hora fija” (Texto C, p. 181).

En el mismo contexto de la lluvia, el texto C acota: “Cuando un observador meteorológico informa que hay un **90% de seguridad** de que llueva hoy...con este número busca expresar el **grado de certidumbre** sobre la ocurrencia de este hecho” (p. 181).

Esto llevará al lector a asociar diferentes grados de certidumbre a los eventos de acuerdo al porcentaje de seguridad asociado a la ocurrencia de los mismos. En otras palabras, una degradación de 0 a 100% o más correctamente de 0 a 1 en probabilidad.

Los fenómenos clasificados como *impredecibles, totalmente impredecibles o con ninguna probabilidad* se ubican en el extremo opuesto de la escala, como cuando se señala: “... otros fenómenos físicos parecen impredecibles por naturaleza como por ejemplo, el instante exacto en que se desintegra un átomo de un elemento radiactivo” (Texto D, p. 200).

Otra forma de expresar esa degradación es a través de las relaciones *más probable, igualmente probable, menos probable*, aunque éstas están más vinculadas a la comparación de la ocurrencia de fenómenos mediante la asignación de valores numéricos.

TERMINOLOGÍA VINCULADA A LOS EXPERIMENTOS ALEATORIOS

Estudiaremos las expresiones relacionadas con experimentos aleatorios: su conceptualización, acciones que los ejemplifican, objetos y situaciones en ellos involucrados y sus características.

TÉRMINOS UTILIZADOS EN LA DENOMINACIÓN Y CONCEPTUALIZACIÓN DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS

En primer lugar, se encontraron dos términos empleados como sinónimos: *experimento* y *fenómeno*, aunque en el lenguaje corriente tienen diferentes significados. Según el *Diccionario de la Real Academia Española* (2001), experimento es “la acción y efecto de experimentar” y experimentar es “probar y examinar prácticamente la virtud y propiedades de algo”; mientras que fenómeno es “toda manifestación que se hace presente a la conciencia de un sujeto y aparece como objeto de su percepción”.

La palabra *experimento* insinúa una acción realizada por un individuo como, por ejemplo, lanzar una moneda, extraer una carta o seleccionar una bola; mientras que *fenómeno* pareciera más apropiada para situaciones que ocurren en el entorno o en la naturaleza como el nacimiento de un niño y el hecho de que llueva o no llueva. No obstante, los textos estudiados los emplean indiferentemente en cualquier situación, con excepción del D que no incluye el término experimento.

Los experimentos o fenómenos aleatorios son caracterizados utilizando una variedad de vocablos o frases como: *impredecibles*, *fortuitos*, *situaciones de incertidumbre*, *predecir resultados*, entre otros.

El texto A indica: “así, al lanzar una moneda puede salir cara o sello; al nacer un niño puede ser varón o hembra, etc. En estos casos no se conocen las causas que producen los fenómenos, por lo menos sólo conocemos parte de ellas” con lo cual introduce un elemento de subjetividad a la noción de aleatoriedad, que sugiere que un fenómeno será aleatorio para un individuo en la medida que desconozca las causas que lo originan; eso concuerda con lo postulado por Poincaré citado por Bennett en Ortiz, Batanero y Serrano (2001, p. 3): “El azar no es más que la medida de nuestra ignorancia. Los fenómenos fortuitos son, por definición, aquellos cuyas leyes ignoramos”.

Los demás textos justifican la aleatoriedad de un experimento o fenómeno en el hecho de no poder predecir el resultado que se obtendrá en una realización del mismo, aun cuando se conozcan todos los posibles resultados. El texto D ejemplifica así: “La velocidad y dirección del viento en un sitio específico: sabemos que el viento tiene una velocidad y una dirección, pero no podemos precisar cuáles serán sus valores en un momento específico” (p. 243).

Cabe mencionar, además, el uso de expresiones como “*situaciones de incertidumbre*” vinculándolas a condiciones que conducen a resultados aleatorios y a la toma de decisiones en función de la mayor o menor posibilidad de ocurrencia de un resultado particular.

TERMINOLOGÍA EMPLEADA PARA EJEMPLIFICAR ACCIONES O SITUACIONES VINCULADAS A EXPERIMENTOS ALEATORIOS

En los ejemplos que presentan los textos estudiados correspondientes a experimentos aleatorios encontramos una serie de verbos que expresan acciones en cuyos resultados interviene el azar.

El ejemplo clásico de “*lanzar una moneda al aire*” aparece reseñado en todos los textos, dando por sentado que existen dos posibles resultados, cara o sello, equiprobables. El texto D lo presenta en los siguientes términos: “*Un ejemplo típico consiste en lanzar una moneda al aire y ver si al caer muestra cara o sello*” (p. 200). El verbo *lanzar* también se utiliza con dados.

Otras acciones son *sacar, extraer o seleccionar* diversos objetos. Algunos textos como el A, presuponen que la experiencia es aleatoria: “En una caja hay pelotas rojas y azules, metes la mano y sacas una pelota roja” (p. 202). Otros como el B, aclaran cómo debe hacerse la selección para que el azar esté presente: “Sacar, **sin ver**, una pelota de una bolsa que contiene pelotas rojas y amarillas” (p. 181).

En muchos casos, estos verbos van acompañados por el adjetivo *azar*: *sacar al azar, extraer al azar, seleccionar al azar*. Por ejemplo el texto D plantea el siguiente problema: “En una caja hay tres pelotas rojas y cinco pelotas azules, si se extrae una de ellas al azar, sin mirar el color, ¿Cuál es la probabilidad de que sea roja?” (p. 201). Aquí no sólo se señala que la extracción es *al azar*, sino que se aclara lo que esto quiere decir al acotar que debe ser *sin mirar el color*.

Otras expresiones como *mezclar* representan acciones que deben ejecutarse para que lo aleatorio intervenga en el resultado, como en este problema planteado en el texto D: “La palabra PROBABILIDAD se escribió en una cartulina, y luego se cortaron sus letras una a una y se colocaron en una caja. Si se mezclan y se extrae una al azar: ¿Cuál es la probabilidad de obtener la letra O?” (p. 212).

En la descripción de algunos experimentos aleatorios aparecen otras acciones como *devolver*, *reponer*, e *introducir nuevamente*. Éstas corresponden a situaciones típicas en el estudio de los diversos tipos de muestreo, si es con reposición o sin reposición, o en el estudio de la probabilidad condicional. El texto B, aun cuando no maneja explícitamente este último concepto, lo emplea en varios ejemplos como el siguiente: “En un cilindro de acero se colocan 4 esferas de oro y 11 de plata. Mónica saca una esfera y **no la devuelve al envase cilíndrico....** c) si la esfera que sacó Mónica es de plata, ¿Qué probabilidad tiene Mirian de sacar una esfera de oro?” (p. 251).

Además de las descritas, en la terminología asociada a fenómenos aleatorios encontramos acciones que ocurren en la naturaleza, siendo la más usual *llover*. Los textos en estudio plantean situaciones relativas a las posibilidades de que llueva o no llueva en un día o momento determinado. El texto B simplemente cita el siguiente ejemplo de fenómeno aleatorio: “*La predicción de lluvia en una ciudad: no es posible decir con un 100% de seguridad que lloverá en un sitio determinado ni a una hora fija*” (p. 242).

Mientras que el C, la emplea para introducir la idea de la cuantificación de la probabilidad de ocurrencia de un evento: “cuando un observatorio meteorológico informa que hay un 90% de seguridad de que llueva hoy, lo que está haciendo es asociar un número (90%) a la situación llover hoy” (p. 181). Otros fenómenos naturales sirven para ejemplificar situaciones aleatorias como: la velocidad y dirección del viento (texto B) o la desintegración de un átomo de un elemento radiactivo (texto D).

Con respecto a los resultados de los experimentos aleatorios, las expresiones usuales pertenecen al lenguaje corriente y se manejan con el mismo significado, correspondiendo al primer tipo de palabras de la clasificación de Rothery (1980): *obtener* (*obtenga, se obtiene*), *caer* (*caiga: dado, moneda*), *tener, tener lugar, aparecer, salir* (*salga: cara, sello...*), *ganar*,

entre otras. Por ejemplo: “¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado **se obtenga** un número primo?” (Texto C, p. 183). “Lanzas un dado y sale un cinco” (Texto A, p. 202).

En el caso de los juegos de azar, como lo señalan Ortiz, Batanero y Serrano (2001, p. 5): “nos referimos a juegos en los que interviene un elemento aleatorio que nos impide tener la seguridad de ganar siguiendo una estrategia dada”. En estos casos también encontramos vocablos específicos como *ganar o perder* que también se emplean en apuestas como la que plantea el texto C, con el nombre de “*Un almuerzo discutido*”. Se refiere a dos amigos, Roberto e Isaac, que juegan para dos equipos de béisbol, A y B; cada uno de ellos desea que el otro lo invite a almorzar y para decidir quién *gana* el almuerzo acuerdan lo siguiente: si el equipo de Isaac gana por lo menos dos partidos, Roberto invita; pero, si el equipo de Roberto no pierde más de dos partidos, Isaac será quien invite. Entonces, la pregunta es *¿Cuál de los dos amigos tiene mayor probabilidad de ganar el almuerzo?*”. Esta situación es la motivadora de la unidad de Probabilidad en el texto C, la cual es interesante pues se aleja de lo clásico que es iniciar con experiencias relacionadas con juegos de azar: lanzar una moneda, lanzar un dado, extraer una carta.

EXPRESIONES RELACIONADAS CON LOS OBJETOS INVOLUCRADOS EN LOS EXPERIMENTOS ALEATORIOS Y SUS CARACTERÍSTICAS

Encontramos en los textos una gran variedad de objetos y de envases que los contienen en las situaciones que ejemplifican los experimentos aleatorios y en los problemas propuestos. Los más clásicos son *monedas, dados* que se lanzan al aire, *cartas* que se extraen de un mazo de barajas, en este caso españolas. Esta situación es descrita cuidadosamente por el texto D (p. 212):

Un mazo de baraja española consta de 40 cartas que se agrupan en cuatro series llamadas oros, copas, espadas y bastos. En cada serie hay 10 cartas, a saber: as (1), 2, 3, 4, 5, 6, 7, sota (10), caballo (11) y rey (12). A estas tres últimas se les llama figuras.

Esto aclara las condiciones del problema y ubica al alumno en la situación que debe analizar, pues muchos niños de 7° grado no conocen la baraja española, posiblemente conozcan las cartas de poker o las

barajitas coleccionables de álbumes con diferentes motivos como el mundial de fútbol, los equipos de béisbol, entre otros. El Texto B, por el contrario, se refiere a un juego de 40 cartas sin más explicaciones y luego pregunta “¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una carta, ésta sea una espada?” (p. 247). Además de cartas, el texto C utiliza *tarjetas rotuladas*.

Aparecen otros objetos típicos como: *pelotas, bolas, bolitas*, colocadas en diversos dispositivos como: *cajas, bolsas y sacos*. Igualmente se colocan en bolsas las *fichas del dominó* para luego escoger una al azar.

También encontramos objetos menos tradicionales, pero bien conocidos por los niños porque forman parte de sus juegos cotidianos como son las *metras*, las cuales se ubican en contenedores poco convencionales como *botellas*. Veamos el ejemplo que plantea el texto B:

En una botella se tienen 17 metras enumeradas del 1 al 17. Sólo una cabe por el cuello de la botella. Al voltearla, ¿Qué probabilidad hay de que salga primero: a) el número 10...? (p. 251).

Este mismo texto coloca bolas en *cilindros de vidrio y de acero*, pero también ubica en ellos *esferas de oro y de plata* en un intento de variar los enunciados de los problemas. Por su parte, el texto D coloca *bolitas* en un *bombo* como los que se utilizan en el juego de bingo. Este texto es menos tradicional en los elementos que emplea como lo evidencia el siguiente problema:

En una **tómbola** están marcados los números del 1 al 30. Si se hace girar ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga un número que sea un cuadrado perfecto? (p. 201).

En este caso, el vocablo *tómbola* se está empleando como sinónimo de “ruleta”. Realmente desconocemos si en algunas regiones de nuestro país (Venezuela), se utiliza esta denominación para referirse a un dispositivo que gira y que se utiliza en juegos de azar. En nuestro caso, entendemos por *tómbola* lo que expresa el DRAE (2001): “*Rifa pública de objetos diversos, cuyo producto se destina generalmente a fines benéficos*”.

Además de los objetos vinculados con los juegos de azar, encontramos otros de distinta naturaleza: *pares de zapatos de diferentes*

colores ubicados en *cajas* o, *medias*, también de diferentes colores, contenidas en *gavetas*.

Otros dispositivos generadores de resultados aleatorios no vinculados a juegos son: los *hijos* de un matrimonio (el *sexo*), *personas* que hablan diferentes idiomas o aparecen identificados en una lista, *estudiantes* de un salón de clase diferenciados por sexo, variadas situaciones relacionadas con el juego de béisbol y, por supuesto, la lluvia como fenómeno aleatorio, que son elementos que permiten contextualizar las situaciones de incertidumbre en el entorno natural de los estudiantes y a su vez vincular la probabilidad con acontecimientos cotidianos.

Ahora bien, los objetos mencionados presentan características que sirven para garantizar que el experimento sea aleatorio o que sus posibles resultados sean equiprobables. Las monedas son *bien hechas*, *no truncadas*, *perfectas*; los dados son *correctamente contruidos*, *de forma simétrica*; las bolas son *todas de igual tamaño*, pero, en algunos casos estas son *numeradas* o *de diferentes colores*. En el ejemplo que ya citamos de la palabra PROBABILIDAD, las letras deben ser *cortadas del mismo tamaño* para que la selección, sin ver, de una de ellas, sea aleatoria.

No obstante estas precauciones, convendría explorar las nociones que tienen los estudiantes sobre la aleatoriedad con el fin de determinar conceptualizaciones erróneas que afecten la comprensión de los tópicos de probabilidad. Baste con una experiencia bien sencilla: pedir a un niño que lance una moneda y al caer observe el resultado y luego preguntarle: ¿Qué crees tu que obtendrás si lanzas la moneda nuevamente? Y ¿Por qué?

Por último, conviene acotar que al determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio, ocasionalmente se descartan algunos cuya posible ocurrencia no permitiría modelar la situación de interés. Este es el caso del lanzamiento de una moneda o de un dado. Al lanzar una moneda es posible que al detenerse en el suelo o en otra superficie, no muestre ni cara ni sello; esto suele referirse como *caer de canto*. Sólo el texto D descarta explícitamente esta posibilidad para luego poder asignar ? a la probabilidad de ocurrencia de cada uno de los dos resultados considerados como posibles: cara, sello: “*En el ejemplo del lanzamiento de la moneda, los casos posibles son dos: cara y sello (descartamos la posibilidad de que la moneda caiga de canto)*” (p. 201)

CONCLUSIONES

Los cuatro textos analizados ajustan los contenidos de probabilidad desarrollados a las exigencias del programa curricular de Matemática de séptimo grado de Educación Básica vigente en Venezuela.

De los cuatro textos, el texto A es el más deficiente en el desarrollo teórico y el más elemental y clásico en las situaciones y problemas que presenta.

El texto B, aun cuando maneja situaciones bastante clásicas vinculadas principalmente a experimentos que entran en la categoría de juegos de azar, es el que hace una cobertura más amplia de la parte conceptual y propone problemas más complejos, los cuales resuelve y explica de una manera sencilla que puede ser comprendida fácilmente por los estudiantes.

Los textos C y D muestran similitud en su alcance teórico aunque el C incluye la definición frecuencial de probabilidad que no lo hace el D, mientras que el Texto D es más original en cuanto a las situaciones aleatorias en que plantea y resuelve los problemas.

En relación con la presentación y diagramación, los textos C y D, pertenecientes a una misma editorial, son los más llamativos, están bien organizados y distribuidos y sobre todo el C presenta gráficos atractivos. Por su parte, la diagramación del texto A es más clásica y la del texto B pudiera ser mejorada agregando un poco de color en los gráficos y recuadros.

El reducido número de páginas destinados a los contenidos de probabilidad y su ubicación en los textos, de alguna manera, son indicadores de la poca relevancia que se da al estudio de los conceptos vinculados a la probabilidad en 7° grado de Educación Básica, si tomamos en cuenta que el currículo se administra por objetivos y los de probabilidad son de los últimos en el programa.

Este es otro indicador del hecho de que estos temas usualmente son obviados en el grado que nos ocupa pues el tiempo se dedica a estudiar los números naturales, los enteros y los racionales y en algunos casos un poco de geometría.

El desarrollo de los programas de Matemática es lineal en el sentido de que se van cubriendo objetivos secuencialmente como aparecen enumerados en el mismo. Esto impide la integración de contenidos de la misma asignatura. La probabilidad podría tratarse cuando se estudian las fracciones, pues tanto la probabilidad clásica como la frecuencial conducen a un cociente de dos números enteros, con denominador no nulo.

En los textos está presente una gran variedad de términos referidos a la condición de aleatoriedad que rige algunos fenómenos y a los dispositivos generadores de experimentos aleatorios. Encontramos las expresiones clásicas que han sido reportadas en estudios similares en otros países y otras que son propias de nuestra región.

De los textos revisados, el A y el B son los más clásicos en el lenguaje utilizado, mientras que el C y D emplean una mayor variedad de expresiones.

La mayoría de las palabras destacadas pertenecen a la segunda categoría propuesta por Rothery (1980), que corresponde a aquellas que se utilizan tanto en el lenguaje cotidiano como en el formal, aunque algunas veces con significados diferentes.

Los errores e inconsistencias detectadas en los libros analizados nos llevan a recomendar la revisión exhaustiva por especialistas en cada uno de los contenidos programáticos de los libros que circulan en el mercado y que son recomendados como textos escolares a fin de garantizar que la transposición didáctica del conocimiento matemático sea la más apropiada y recomendable para el nivel de desarrollo intelectual de los estudiantes a los cuales van dirigidos, tomando en cuenta, como ya lo hemos señalados, que los textos son una herramienta didáctica de la que se valen los docentes para mejorar la enseñanza y los estudiantes para completar y profundizar su aprendizaje.

REFERENCIAS

- August-Rothman, P. (1998). Un rotundo quizás: la no universalidad de la Matemática y la Lógica. En J. Quesada (Ed.), *Matemática y lenguaje: perspectivas lógica, semiótica, social y computacional* (pp. 19-23). Sevilla: ICMI.
- Azcárate, V. y Cardenoso, J. (1996). El lenguaje del Azar: una visión fenomenológica sobre los juicios probabilísticos. *SUMA*, 3, 21-28.
- Balderas, E. y Cantoral, R. (2004). El discurso en el aula y la construcción de significados a través de la explicación en el marco de clases sobre la variación. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17(1), 285-291.
- Berraondo, R., Pekolj, M., Pérez, N. y Cognini, R. (2004). Leo pero no comprendo. Una experiencia con ingresantes universitarios. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(1), 131-136.
- Gatica, N., Carranza, M., May, G. y Cosci, A. (2002). El Concepto de función en los libros de texto universitarios. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(1), 131-136.
- Gil, A. y Kaczuriwsky, A. (2004). La comunicación de los saberes matemáticos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17(2), 896-898.
- Heller, M. y Thorogood, H. (1995). *Hacia un proceso de lectoescritura reflexivo y creativo. Un currículum centrado en destrezas*. Caracas: editorial educativa.
- Herrera, E. (2004). Desarrollo del pensamiento estocástico. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17(2), 735-739.
- Hyde, R. (1998). Matemática y Lenguaje: un estudio sobre la descripción de patrones geométricos por parte de los niños. En J. Quesada (Ed.), *Matemática y lenguaje: perspectivas lógica, semiótica, social y computacional* (pp. 113-129). Sevilla: ICMI.
- Lanner, A. y Faulin, D. (2002). El doble aspecto del concepto numérico: el lenguaje y lo operacional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(1), 195-198.
- León, N. (1998). Explorando las nociones básicas de probabilidad a nivel superior. En *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 322-329), Caracas: ASOVEMAT.
- Ortiz, J., Batanero, C. y Serrano L. (2001). *El Lenguaje probabilístico en los libros de texto*. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/SUMALENGUAJE2001.pdf> [Consulta: 2004, Enero, 24].

- Parra, H. (1998). La clase de Matemática como espacio propicio para la comunicación de ideas matemáticas. En *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 142-144), Caracas: ASOVEMAT.
- Perusini, G. y Ferrero, H. (2002). Comprensión de la idea intuitiva de probabilidad en los niños de 5 años. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(1), 439-444.
- Quesada, J. (1998). Matemática y Lenguaje: un estudio multidisciplinario. En J. Quesada (Ed.), *Matemática y lenguaje: perspectivas lógica, semiótica, social y computacional* (pp. 1-17). Sevilla: ICMI.
- Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22a. ed.). Madrid: Espasa.
- Rodríguez, M. (2002). Comprensión de procesos de comunicación en las clases de matemática y español. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(1), 70-75.
- Rothery, A. (1980). *Children reading mathematics*. Worcester: College of Higher Education.
- Scott, P. (2000). *Reflexiones relacionadas con la preparación de profesores de Matemática*. México: Universidad Estatal de Nuevo México.