Aspectos culturales sobre la enseñanza de los fundamentos de la matemática

Cultural aspects on teaching mathematics foundations

Alfonso Segundo Gómez Mulett
agomezm1@unicartagena.edu.co

Universidad de Cartagena, Colombia

Articulo recibido en enero 2016 y publicado en mayo 2016

RESUMEN

Este trabajo surge como producto de una investigación sobre la enseñanza universitaria de la lógica y la teoría de conjuntos y es la extensión de una ponencia sobre el mismo tema. Se muestran algunos aspectos sobre el contenido de los cursos de fundamentos de la matemática en el primer año de universidad, después de un examen bibliográfico y documental de textos y programas de asignatura, que permitió encontrar que en la mayoría de los casos existen dos tendencias, una de tipo cultural y otra de tipo histórico, respecto a lo que se ha entendido por fundamentos de la matemática.

Palabras clave: *Enseñanza universitaria; fundamentos; programas; textos escolares*

ABSTRACT

This article emerges as product of research conducted on university teaching of logic and set theory, and is the extension of a lecture on the same topic. It intends to expose some aspects of the course content of foundations of mathematics in the first year of universitary teaching, after a document review of syllabus and literature review of text books. The research hallowed detection that there are two tendencies, one cultural type and other historical, regarding what is understood by foundations of mathematics in most cases.

Key words: *Universitary teaching; foundations; syllabus; textbooks*

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza universitaria, el primer curso de matemáticas en las carreras que utilizan la matemática para apoyar el desarrollo disciplinar generalmente se presenta a manera de un curso introductorio. Este curso en la literatura escolar suele llamarse precálculo, matemática básica, introducción a la matemática, álgebra y trigonometría, fundamentos de matemáticas, etc. Cualquiera que sea el nombre del curso, el contenido expone nociones de lógica y teoría de conjunto, que a juicio del autor del libro o de los profesores que elaboran los programas, sirven como base para el desarrollo de los cursos en los siguientes semestres o estancias escolares, con el propósito de proveer una teoría base o fundamento para el estudio de los temas siguientes; pero ¿Realmente estos temas permiten fundamentar la matemática articulándose al tratamiento posterior de las temáticas restantes? Responder esta pregunta implica contextualizar el significado de la expresión fundamentos de la matemática no sólo desde lo disciplinar, sino también teniendo en cuenta el contexto en el cual se cimenta la matemática enseñada a través de los libros de texto, determinantes del currículo real o efectivo.

Las investigaciones en educación matemática se enmarcan dentro de líneas de investigación, una de esas líneas es la teoría sociocultural de la educación matemática, derivada de la teoría sociocultural de la educación, cuyo gran exponente es Vigotsky. De acuerdo con Chaves (2001), para Vigotsky “las funciones superiores del pensamiento son producto de la interacción cultural” (p. 60), de allí que las construcciones teóricas o apreciaciones sobre un tema determinado son producto de la interacción social, algunas veces influidas por el legado de herencia cultural correspondiente a una época y al proceso de formación del individuo, pues tal como ocurre con todas las formas de conocimiento, el conocimiento matemático es socialmente construido y es específico para una cultura en un período en particular.

Las teorías socioculturales en educación matemática hacen hincapié en el aspecto social y cultural del conocimiento matemático (Planas, 2010), cuyo desarrollo y comunicación obedecen a un proceso de enculturación, responsable en parte de la selección de los contenidos curriculares y la forma de enseñarlos; "los enfoques socioculturales en educación matemática toman el conocimiento matemático como construcción social y centran su atención en el análisis de los procesos por las cuales esta construcción se produce" (Planas, 2010, p. 167).

Para las teorías socioculturales, la educación es un proceso eminentemente social, cuyo propósito es preparar al individuo para integrarlo a la sociedad siendo útil a ella. Recursivamente, la sociedad plantea un sistema educativo, en el sistema educativo está la escuela y en esta el aula de clases; la escuela actúa como guardiana de la ideología de la sociedad y del sistema educativo, la ideología se refuerza en el aula de clases mediante ciertos procesos entre los actores de ese escenario, formando parte del currículo oculto (Moreno, 2004), de allí que es importante conocer los procesos que se dan en el aula, en este caso, los relacionados con los conocimientos seleccionados, su origen y su comunicación.

En el caso de los fundamentos de la matemática, es esencial analizar el origen de los conocimientos matemáticos a enseñar, porque estos conocimientos escogidos por los docentes, son producto de una cultura en la que posiblemente se formaron, luego existen conflictos de tipo ideológico sobre la determinación de los contenidos, sobre todo cuando intervienen en la planeación curricular diferentes apreciaciones sobre la presentación de una temática, hecho palpable en la amplia discusión sobre la enseñanza de la matemática en el nivel universitario en lo referente a contenidos, textos y métodos, sin que se haya llegado a conclusiones unificadas (Artigue, 2003).

Respecto al significado de los fundamentos de la matemática y su enseñanza, en la literatura se encuentran diferentes puntos de vista, a veces antagónicos; así por ejemplo, González (1950) y Putman (1967) entre otros, dan significado preciso a esta expresión, mientras que Harada (2005) afirma que las matemáticas no necesitan fundamento porque no son radicalmente diferentes a las ciencias empíricas y a las demás actividades humanas. En lo relacionado con la enseñanza de los fundamentos de la matemática (Thom, 1981) da poca importancia a los fundamentos de la matemática, mientras que los seguidores de la matemática moderna dan tratamiento especial a la teoría de conjuntos. Esta problemática permite dar diferentes interpretaciones dependiendo del origen de las nociones matemáticas, el propósito de la enseñanza, los aspectos históricos y las tendencias educativas.

Si se mira el origen de las nociones matemáticas, debe recurrirse a la epistemología, es decir, a las corrientes que sustentan la matemática: el logicismo, el formalismo y el intuicionismo (Henkin, 1971); si la interpretación se hace desde el propósito de la enseñanza, los contenidos se ajustarían a una matemática instrumental conteniendo conceptos básicos elementales sin lógica y teoría de conjuntos como lo propone Kline (1976) o a lógica y teoría de conjuntos como lo plantea Manzano (2004); si se tienen en cuenta los aspectos históricos, los fundamentos deberían estar constituidos por la aritmética, la geometría y el álgebra; y si los fundamentos se interpretan desde las tendencias educativas, según González (1997), habría que examinar los tres paradigmas en la enseñanza de la matemática para determinar los contenidos, o recurrir a los estándares internacionales.

Por otra parte, las corrientes epistemológicas proponen la construcción de la matemática desde una postura particular siguiendo procesos constructivos particulares a cada una de ellas. Entre los procesos constructivos de la matemática hay dos vertientes intercomunicadas, por una parte están los procesos mediante los cuales la misma matemática se va desarrollando, por otra parte están los procesos relacionados con las construcciones teóricas en otras ciencias a partir de los conceptos matemáticos, como ocurre en la física, la química, la economía, etc. Desde la perspectiva del ejercicio de la docencia, la matemática tiene como punto de partida la cultura matemática en la cual se da el proceso de matematización de la cultura, que consiste en la adaptación de los conocimientos teóricos para ayudar a los alumnos a construir su conocimiento matemático, cuya naturaleza es prescriptiva o normativa y descriptiva o naturalista, según Socas y Camacho (2003). En la naturaleza prescriptiva tienen cabida el platonismo, el logicismo y el formalismo, donde se considera el conocimiento matemático como fijo y objetivo formado por verdades absolutas dentro de cierto marco; en la naturaleza normativa se sitúan el intuicionismo, el constructivismo matemático, el constructivismo social y corrientes derivadas, donde el objetivo es apuntalar los fundamentos de la matemática sobre una base constructiva (Ernest, 1991).

Siguiendo a Ramos (2005), no solo las interpretaciones señaladas anteriormente explican qué son y cómo se enseñan los fundamentos de la matemática, pues existe un sistema de creencias del profesorado sobre el tema, adquirido culturalmente y reflejado de alguna manera en los programas curriculares. Estas creencias son subjetivas, están basadas en los sentimientos, están articuladas y se relacionan entre sí formando un sistema, usan una lógica empírica debido a que no gozan de un grado de rigurosidad comprobable, se refieren a situaciones concretas y se orientan por la intuición a través de la observación de ciertos hechos que el creyente tiende a generalizar, se van construyendo a partir de una realidad observada y de la visión que se tiene del entorno o el mundo hasta constituir un esquema conceptual (De Faría, 2008).

Afinando la discusión sobre los fundamentos de la matemática desde la enseñanza y los propósitos de la investigación, existen tres interpretaciones claras: En primer lugar, los fundamentos constituyen las corrientes epistemológicas sobre las cuales se cimenta la matemática, platonismo, logicismo, formalismo e intuicionismo; la segunda, los fundamentos están constituidos por la lógica formal aristotélica y la teoría de conjuntos, teorías a partir de las cuales se construyen las demás teorías de la matemática; la tercera, los fundamentos están integrados por aquellas teorías que sirven de plataforma o proporcionan elementos teóricos a otras, aquí podría incluirse el álgebra, la geometría, la trigonometría y la geometría analítica, con o sin la presencia de los conceptos más elementales de la lógica y la teoría de conjuntos.

Teniendo en cuenta las dos últimas interpretaciones sobre los fundamentos de la matemática señalados anteriormente, es necesario considerar la incidencia de los textos en el currículo. Los manuales o textos escolares son elementos que han ejercido hegemonía en la práctica educativa, tanto en el aspecto curricular propiamente dicho como en lo pedagógico (Martínez, 2002), ejerciendo según Choppin (2004) una función referencial por ser un soporte de los contenidos educativos del currículo, una función instrumental al presentar conocimientos y actividades como método de aprendizaje, una función ideológica y cultural influyente en la ideología del sistema educativo y una función documental como receptáculo de información para su posterior transmisión o comunicación.

MÉTODO

La elaboración del trabajo se realizó siguiendo las técnicas de revisión bibliográfica y de análisis documental. La revisión bibliográfica (Lupiañez, 2010) se basó en la búsqueda de textos utilizados en el medio universitario colombiano cuyo título correspondía a fundamentos de la matemática, precálculo, álgebra y trigonometría, matemáticas básicas, matemáticas previas y similares, obteniéndose una base bibliográfica de los textos utilizados en las universidades del Caribe Colombiano, de la cual se escogió una muestra de los seis textos históricamente más manejados en el primer curso universitario de una de esas universidades, y que además aparecen referenciados en los programas del primer curso de matemáticas de todas las universidades señaladas, inspeccionando las nociones básicas de lógica y teoría de conjuntos y su articulación con el resto de contenido.

El análisis documental fue aplicado a una muestra subjetiva de ocho programas del primer curso de matemática universitaria (Bardin, 1986) en las últimas cuatro revisiones del currículo universitario del Caribe Colombiano, con el objeto de inspeccionar contenidos temáticos comunes en los textos y en los programas investigados para construir una representación, en este caso cultural sobre la expresión fundamentos de la matemática. Las revisiones fueron tomadas con base en las cuatro reformas estructurales de la matemática en la enseñanza superior, efectuadas en cuatro momentos: 1982, seis años después de la introducción de la matemática moderna en la educación media; 1992, publicación de ley de educación superior; 2000, año mundial de las matemáticas; y 2008, introducción del enfoque por competencias; de allí que se tomaran cuatro cursos de ingeniería y cuatro de ciencias administrativas y contables, uno en cada área según el momento de la reforma.

La escogencia de los textos correspondió al criterio de Negrin (2009), según el cual:

> El análisis pone de manifiesto que el productor del libro de texto no es un mero intermediario entre la producción cultural y los consumidores, como es el caso del resto de los editores, sino que es un agente activo en los procesos de estructuración formal del curriculum en las instituciones educativas: no solo concibe y distribuye productos culturales, sino que configura una práctica pedagógica y profesional (p. 190).

El procedimiento desarrollado para la investigación comprendió dos fases, la primera correspondió a la revisión bibliográfica efectuada en tres etapas:

1. Localización de libros y programas relacionados con el tema bajo investigación;
2. Selección de textos y programas según el criterio esbozado anteriormente;
3. Obtención de la muestra de textos y programas de las universidades del Caribe Colombiano, teniendo en cuenta diferentes programas de estudio y los textos que más aparecían referenciados en la bibliografía de dichos programas en una de esas universidades públicas.

La segunda fase concernió al análisis de contenidos y se realizó en dos etapas:

1. Determinación de los contenidos de lógica y teoría de conjuntos que caracterizan los fundamentos de la matemática, en los programas y en los textos;
2. Evaluación de los contenidos teniendo en cuenta la articulación de estos al resto de la temática.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos del examen de contenidos se refiere a los tópicos cálculo proposicional (proposiciones, conectivas, introducción a la argumentación mediante equivalencias y reglas de inferencia), cálculo de predicados (proposiciones con cuantificadores), operaciones con conjuntos y propiedades básicas de las operaciones, aplicado a los seis textos de matemática y a los programas del primer curso de matemática universitaria, reestructurados de acuerdo con las últimas cuatro reformas curriculares en las áreas de ingeniería y ciencias administrativas y contables mencionadas anteriormente, donde los profesores encargados de orientar los cursos de matemática tenían en el momento de la investigación al menos el grado de Especialista en Matemática Avanzada. Estos resultados se obtuvieron en el marco de las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las nociones básicas de lógica y conjuntos que se presentan? ¿Existe articulación entre las nociones básicas y el resto del contenido? Los interrogantes tienen por objeto determinar si realmente estos temas fundamentan la matemática, articulándose al tratamiento posterior de las temáticas siguientes, tal como se planteó en la introducción del trabajo.

Para responder a las preguntas fue necesario considerar el contexto de la materia bajo estudio en el pensum de cada programa. Las materias se encuentran clasificadas en cuatro áreas, ciencias básicas, componente disciplinar, humanidades y cursos libres. En ciencias básicas para ingeniería están los cursos de matemática, física, estadística y química; para administración, solamente se tiene matemática y estadística; el componente disciplinar corresponde a las materias que conforman el saber específico en cada disciplina; en el área de humanidades están los asignaturas que intervienen en la formación del ciudadano en moral y ética; y los cursos libres son dos cursos que el estudiante escoge de una oferta variada, para completar su formación integral.

El primer curso de ciencias básicas en cada carrera es el de matemática. Cada curso está plasmado en un documento llamado Programa de Curso, y cada programa contiene cinco secciones. La primera corresponde a la identificación del curso y comprende: nombre del curso, código, número de créditos, requisitos, número de horas semanales, unidad académica o programa, componente (disciplinar, ciencias básicas, humanidades o curso libre) y trabajo semestral en horas (horas presenciales y horas de trabajo independiente). La segunda sección es la descripción del curso, el cual contiene una síntesis del contenido, la justificación y las competencias; la tercera sección corresponde al contenido, aquí se hace un detalle de los temas agrupándolos en unidades; la cuarta sección es la metodología, la cual describe también la evaluación en forma general, la última sección contiene la bibliografía. Todos los programas presentan una secuencia de temas organizados por unidades en orden de complejidad, cumpliendo en sentido estricto los requisitos entre estos. También se considera la importancia de la matemática como base científica para aplicarla en el desarrollo teórico y la solución de problemas relacionados con cada disciplina.

De los programas de ingeniería analizados, solamente uno de ellos introduce en la primera reforma nociones elementales de lógica y conjuntos, luego incorpora el concepto de función para estudiar el álgebra de funciones, las funciones reales polinómicas, algebraicas, exponencial, logarítmica, hiperbólicas y trigonométricas, terminando el curso con temas del álgebra y geometría analítica. En la segunda reforma se elimina la parte de lógica, entonces se comienza con el álgebra de conjuntos, los números reales, funciones y los demás temas como en la primera reforma. La tercera reforma hace un cambio drástico, inicia con temas de geometría euclidiana en la primera unidad, luego estudia la construcción de los números reales como campo ordenado y completo seguido de las funciones reales en la segunda unidad, continúa con trigonometría y termina con una introducción a los vectores. En la última reforma el programa se estructura con base en las competencias iniciando con conjuntos, números reales, funciones reales, trigonometría y geometría euclidiana.

La exposición anterior muestra que tres programas incluyen conjuntos y sus operaciones, y solamente uno incluye nociones de lógica y conjuntos, pero estos temas no muestran articulación con la temática consecutiva; así las cosas, la enseñanza de los temas constituye un agregado sin importancia el cual fue considerado para tratar de mostrar que la enseñanza de la matemática universitaria se da en ese momento de acuerdo con las últimas tendencias de la época, en este caso la de la matemática moderna basada en la teoría de conjuntos.

Comparando los programas expuestos en las reformas, se observó que un núcleo de contenidos prácticamente permaneció estático, las últimas modificaciones se dan en los objetivos con una reescritura que cambia el estilo para convertirlos en las competencias del ser, el saber y el saber hacer (Delors, 1996); así por ejemplo, el objetivo era, Realizar operaciones de unión e intersección entre conjuntos, ahora la competencia es, Realiza las operaciones de unión e intersección entre conjuntos. Obsérvese que la única variación está en el verbo, antes estaba en infinitivo, ahora está en presente.

Los programas de matemáticas 1 para ciencias administrativas y contables en las dos primeras reformas tienen contenidos basados en el libro de Allendoerfer y Oakley (1990) con lógica proposicional incluyendo argumentos, luego conjuntos, después relaciones y funciones, continúa con álgebra básica, modelos lineales, modelos cuadráticos y finalizan con temas de álgebra matricial. Este texto en su versión de 1973 estudiaba primero los conjuntos y después la lógica, caso curioso, porque las operaciones entre conjuntos se definen con base en la lógica; la unión se define mediante la disyunción y la intersección con la conjunción; poco después, la cuarta edición de 1990 corrige la presentación poniendo primero la lógica. Los programas de las otras dos reformas eliminan la parte del álgebra matricial y reordenan el contenido de funciones haciendo un poco más extenso el estudio de las funciones exponencial y logarítmica.

Los textos analizados para las cuatro reformas del programa del primer curso de matemáticas universitarias, en programas de ingeniería civil, ingeniería de alimentos, economía, contaduría y administración de empresas, fueron el de Allendoerfer y Oakley (1990), Leithold (1998), Zill y Dewar (2000), Sobol y Lerner (2006), Swokowski y Cole (2008) y Arya y Lardner (2009). Son varias las razones por las cuales se utilizaron los textos señalados, entre ellas podemos citar la facilidad de encontrarlos en las librerías, su amplia difusión por parte de las casas editoriales, el estilo expositivo de los temas, y aspectos socioculturales, teniendo en cuenta que el ser humano se apropia de las experiencias históricas y sociales dadas algunas veces por la tradición y la cultura (Martínez, 1999).

De acuerdo con la tendencia sociocultural transmitida de una generación de profesores a otra presente en este trabajo, un estudiante necesita saber manipular los conceptos del álgebra básica, la trigonometría y la geometría analítica para garantizar un buen aprendizaje de las asignaturas de matemática siguientes en el plan de estudios, estos temas son la base de la matemática universitaria, por tanto, si un libro los incluye y además su contenido en cada página es una profusión de símbolos y fórmulas con las que el estudiante debe familiarizarse, entonces es adecuado y significativo por las “estrategias que facilitan la planificación y el desarrollo de la enseñanza del profesor” (Azcárate y Serradó, 2005. p. 344).

En todos los libros considerados en este trabajo, los temas se desarrollan en capítulos y secciones con una exposición axiomática informal, se dan definiciones ilustradas con un número suficiente de ejemplos, se enuncian propiedades o teoremas de los cuales algunos se demuestran o son explicados gráficamente si es del caso, luego hay ejemplos de aplicaciones de los teoremas y algoritmos con ejemplos explicativos en busca del afianzamiento o mecanización.

Los textos se encuadran en el modelo exposición teórica, algoritmos, ejemplos y ejercicios para el estudiante. Generalmente los ejercicios tienen la intención de mecanizar los algoritmos mediante la repetición de la situación, también se presentan problemas con situaciones idealizadas por el autor, semi-reales o tomadas de la realidad con algunas restricciones. En el caso bajo investigación podría decirse que en ninguno de los textos hay situaciones reales relacionadas con lógica y conjuntos.

Mirando detenidamente los contenidos, los conjuntos se involucran en otros temas solamente para intervenir en las definiciones o describir soluciones de ejercicios como conjunto de números reales o conjunto de puntos de la recta real, el plano o el espacio. Las demostraciones expuestas no hacen explícita la utilización de la lógica, en el texto de Sobol y Lerner (2006) no se sabe cuál es el propósito de presentar reglas de inferencia, en Allendoerfer y Ookley (1990), los métodos de demostración no se resaltan al realizar algunas demostraciones o ejemplificar conceptos, no se hace énfasis en el manejo de los cuantificadores. En general, los conjuntos se incluyen para hablar del conjunto de los números reales, es decir, para que quede una constancia de su inclusión en un ambiente fundamentado en los conjuntos que es ficticio.

Los resultados de la exposición de temas sobre lógica y conjuntos en los textos se resumen en el siguiente cuadro:

Cuadro 1. Contenidos de lógica y conjunto en los textos

Texto	Carrera donde se utiliza Ing.- CA	y C	Contenido de lógica	Contenido de conjuntos	Articulación con el resto del contenido
Allendoerfer Y Oakley	X	X	Proposiciones, tablas de verdad, cuantificadores, Métodos de demostración.	Operaciones con conjuntos	Nula (lógica) Débil (Conjuntos)
Leithold	X		Ninguno	Conjunto de los números reales	Débil
Zill	X		Proposiciones, argumentos, métodos de demostración, cuantificadores, cardinalidad y tipos de conjuntos	Operaciones con conjuntos	Débil
Sobol y Lerner	X		Proposiciones, cuantificadores, reglas de inferencia	Operaciones con conjuntos, cardinal de un conjunto.	Débil
Swokowski	X	X	Ninguno	Conjunto de los números reales	Débil
Arya y Lardner	X		Ninguno	Conjuntos e intervalos	Débil

CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados, es fácil vislumbrar que la cultura de la enseñanza de la matemática no se fundamenta en la lógica y la teoría de conjuntos, sino en las temáticas que tradicionalmente han sido considera-das como teoría base. La cultura de la enseñanza de la matemática uni-versitaria en su curso inicial es la de consolidar el álgebra, la trigonometría y la geometría analítica del bachillerato. Si bien algunos han aprendido aparentemente matemáticas sin lógica y conjuntos, es porque existe la creencia de que estos son temas de la matemática pura y el profesional no matemático solamente necesita hacer cálculos, resolver ecuaciones, solucionar problemas prácticos, es decir, lo cuantitativo porque la historia indica que es así. Pero todo esto tiene causas comunes, según Bishop (1988), transferimos ideas ciegas de un país a otro, de una generación a otra, de un gobierno a otro, de cultura a cultura; así que, la matemática de hoy en día es un legado cultural donde la lógica y la teoría de conjuntos han tenido poca aceptación. Esto se ve reflejado en los textos importados analizados, determinantes del currículo, y en la escasa o ignorada prepa-ración de los profesores en epistemología de la matemática.

Los programas de asignatura del primer curso universitario de mate-mática analizados, están identificados en el modelo educativo tradicional centrado en contenidos por lo general ceñidos a los libros de texto, con el enfoque curricular academicista y tecnológico donde el estudiante es un receptor de información que luego procesa para replicar lo aprendido.

En definitiva aunque los programas proponen temas de matemática importantes, útiles para el desarrollo matemático posterior, presente en los cursos llamados disciplinares, el propósito de los temas de lógica y conjuntos es el de ayudar en la comprensión y aplicación, mas no en la fundamentación de la matemática, pues el objetivo de los libros de texto analizados tiene como objetivo el aprendizaje de contenidos y desarro-llo de procedimientos expuestos en algoritmos (Gutiérrez y Jaime, 2013), destinados a resolver los ejercicios propuestos al final de cada sección o capítulo, característico de los textos provenientes de los Estados Unidos de Norteamérica convirtiéndose en un aspecto cultural impuesto ante la ausencia de criterios educativos propios.

REFERENCIAS

Allendoerfer, C., y Oakley, C. (1990). *Fundamentos de Matemáticas Universitarias* (4ª ed.). México: McGraw-Hill

Artigue, M. (2003). ¿Qué se Puede Aprender de la Investigación Educativa en el Nivel universitario? *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 117-134

Arya, J., y Lardner, R. (2009). *Matemáticas para administración y economía* (5ª ed.). México: Pearson

Azcárate, P., y Serradó, A. (2005). Tendencias didácticas en los libros de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378

Bardin, L. (1986). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal

Bishop, A. (1988). Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. *Enseñanza de las ciencias,* 6(2), 121-125

Chaves, A. (2001). Implicaciones educativas de la teoría sociocultural de Vigotsky. *Educación*, 25(2), 59-65

Choppin, A. (2004). *La rencontre du numérique et du manuel* [El encuentro entre lo digital y el manual]. Ponencia presentada en el Seminario *Numérique et manuels scolaires et universitaires*, Fontevraud, Francia. Disponible en: http://www.educnet.education.fr/dossier/manuel/default.htm [consultado el 11 de agosto de 2007]

De Faría, E. (2008). Creencias y matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 3(4), 9-27

Delors, J. (1996). La educación encierra un tesoro, informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI. España: Santillana, Ed. Unesco

Ernest, P. (1991). *The philosophy of Mathematics Education*. London: Falmer Press

González, F. (1997). *Paradigmas en la enseñanza de la matemática*. Venezuela: Impreupel

González, M. (1950). La crisis actual de los fundamentos de la matemática. *Revista Cubana de Filosofía*, 1(6), 25-50

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2013). Análisis de la adecuación de libros de texto de E. Primaria a la enseñanza a estudiantes de altas capacidades matemáticas. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 53-74

Harada, E. (2005). El cuasi-empirismo en la filosofía de las matemáticas. *Elementos*, 12(59), 15-21

Henkin, L. (1971). Mathematical foundations for mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 78(5), 463-487

Kline, M. (1976).*El fracaso de la matemática moderna*. Madrid: Siglo XXI Editores

Manzano, M. (2004). *Summalogicae en el siglo XXI.* Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.

Martínez, M. (1999). El enfoque sociocultural en el estudio del desarrollo y la educación. *Redie. Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 1(1), 16-37.

Martínez, J. (2002). *Políticas del libro de texto escolar.* Madrid: Morata, S.L.

Moreno, A. (2004). Ideología y educación matemática. Barcelona: Ediciones OCTAEDRO-EUB

Negrin, M. (2009). Los manuales escolares como objeto de investigación. *Educación, Lenguaje y Sociedad,* 6(6), 187-208

Leithold, L. (1998). *Matemáticas previas al cálculo* (3ª ed.). México: Harla

Lupiáñez, J. (2010). *El análisis didáctico como herramienta para el análisis de textos de matemáticas*. Documento no publicado: Universidad de Granada

Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, T., y Sierra, (Eds.), Investigación en Educación Matemática, XVI (pp. 163-195). Lleida: SIEM

Putman, H. (1967). Mathematics without foundations. *Journal of Philosophy,* (64), 5-22

Ramos, A. (2005). Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Barcelona, España

Sobol, M., y Lerner, N. (2006). *Precálculo* (6ª ed.). México: Pearson

Socas, M., y Camacho, M. (2003). Conocimiento matemático y enseñanza de las matemáticas en educación secundaria. Algunas reflexiones. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 151-171

Swokowski, E., y Cole, J. (2008). *Álgebray trigonometría con geometría analítica* (12ª ed.). México: Cangage learning

Thom, R. (1981). Matemática Moderna: ¿Error educacional y filosófico? *Lecturas matemáticas*, 2(3), 279-298

Zill,D., y Dewar, J. (2000). *Álgebra y trigonometría* (2ª ed.). Colombia: McGraw Hill