

ABORDAJE TEÓRICO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DESDE LOS POSTULADOS DE POLYA

Luis Ernesto Hernández Pérez

luisernestohernandezperez23@hotmail.com

Universidad Pedagógica Experimental Libertador

Sinopsis Educativa Revista
Venezolana de Investigación
Año 20 N° Especial
Septiembre: 2020

Recibido: Junio 2020
Aprobado: Julio 2020

RESUMEN

La resolución de problemas matemáticos es una actividad presente en la vida diaria, por lo que resulta valioso contar con estrategias y heurísticas, que permitan realizar construcciones para resolver problemas. Es por ello, que los propósitos que se persiguen en esta investigación recaen en analizar los aspectos teóricos que caracterizan a un problema matemático y comprender cómo el modelo de resolución de problemas de Polya (1945), está inmerso en modelos posteriores como los de Schönfeld (1985), Mason, Burton y Stacey (1982), Mayer (1986), Bransford y Stein (1987), Miguel de Guzmán, (1991), Campistrous y Rizo (1996) y el método Singapur (2.010). El abordaje metódico se desarrolla bajo un enfoque cualitativo, aplicando los principios de la hermenéutica, mediante un diseño de tipo documental. Dentro de las reflexiones finales se tiene que un problema matemático es una situación que una persona necesita resolver y para la cual no tiene, en principio, un camino que le lleve a la solución, por lo que debe desplegar una serie de acciones para analizar los conocimientos matemáticos que posee y utilizarlos en el proceso de resolución; esa serie de acciones planteadas en el modelo de Polya (1945) continúan teniendo vigencia, inspirando a otros investigadores, quienes lo han enriquecido con nuevos elementos, como en el caso del método Singapur que permite dotar a los estudiantes de herramientas y estrategias, para aplicar lo aprendido en situaciones problemas de la vida cotidiana. Polya (1945), fue pionero o gestor de las primeras etapas de esta temática y con el pasar de los años su modelo ha inspirado a muchos investigadores, quienes lo han enriquecido con nuevos elementos, que permiten ver los problemas matemáticos como una oportunidad para dotar a los estudiantes de herramientas y estrategias, que favorezcan el desarrollo de destrezas y habilidades para aplicar lo aprendido en situaciones problemas de la vida real.

Palabras clave:
Modelo matemático,
Estrategias,
Resolución de problemas

THEORETICAL APPROACH OF THE RESOLUTION OF MATHEMATICAL PROBLEMS FROM THE POLYA'S POSTULATES

ABSTRACT

The resolution of mathematical problems is a daily-life, reason why it is valuable to know strategies and heuristics that allow to do constructions in order to solve them. Consequently, the purposes of this investigation depend on analyzing the theoretical aspects that characterize a mathematical problem, and understanding how the model of problems resolution by Polya (1945) is related to later models like those of Schönfeld (1985), Mason, Burton and Stacey (1982), Mayer (1986), Bransford and Stein (1987), Miguel de Guzmán, (1991), Campistrous and Rizo (1996), and the Singapore method (2010). The metho-

Key-words:
Mathematical model,
Strategies,
Problem resolution

dological approach is developed under a qualitative perspective, applying the hermeneutic principles through a documentary type design. As one of the final reflections, a mathematical problem is a situation that a person needs to solve, and for which he/she does not have, at first, a path to the solution thus he/she must unfold a series of actions in order to analyze his/her mathematical knowledge and use it in the resolution process; this series of actions contemplated in the Polya's model (1945) is still valid, inspiring other researchers who have improved it by adding new elements. That is the case of the Singapore method, which allows to give students the tools and strategies for them to apply what they learnt in problematic daily-life situations. Polya (1945) was a pioneer or agent of the firsts stages of this subject and, though the years, his model has inspired many researches who have enriched it by adding new elements that allow to see the mathematical problems as an opportunity to give students the tools and strategies that will help them to develop skills and abilities for for them to apply what they learnt in problematic daily-life situations.

ABORDAGE THÉORIQUE DE LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES MATHÉMATIQUES DEPUIS LES POSTULATS DE POLYA

RÉSUMÉ

La résolution de problèmes mathématiques est une activité présente dans la vie quotidienne donc il est value de avoir stratégies et heuristiques qui permette réaliser constructions pour les résoudre. Conséquemment, les objectifs de cette investigation dépendent d'analyser les aspects théoriques qui caractérisent à un problème mathématique et de comprendre comment le modèle de résolution de problèmes de Polya (1945) est lié avec modèles postérieurs comme ceux de Schönfeld (1985), Mason, Burton et Stacey (1982), Mayer (1986), Bransford et Stein (1987), Miguel de Guzmán, (1991), Campistrous et Rizo (1996) et le méthode Singapour (2010). L'abordage méthodique se développe sur une perspective qualitative, en appliquant les principales de la herméneutique à travers d'un design de type documentaire. Parmi les réflexions finales, on peut citer que un problème mathématique est une situation que une personne nécessite résoudre et pour laquelle elle n'a, en principe, un voie à la solution, donc elle doit déplier un série d'actions pour analyser ses connaissances mathématiques et les utiliser dans le processus de résolution ; cette série d'actions proposées dans le modèle de Polya (1945) a encore validité, en inspirant à autres investigateurs qui l'a amélioré avec nouveaux éléments. C'est le cas de la méthode Singapour, qui permettre de donner à les étudiants les outils et les stratégies pour appliquer ce qui ils ont appris dans situations problématiques de la vie quotidienne. Polya (1945) était pionnier ou responsable des premières étapes de cette thématique et, au fils des années, sa modèle a inspirée à beaucoup des investigateurs qui l'a enrichie avec nouveaux éléments, qui permettent de voir les problèmes mathématiques comme une opportunité pour donner à les étudiants les outils et les stratégies qui offrent le développement d'adresses et de habiletés pour appliquer ce qui ils ont appris dans situations problématiques de la vie quotidienne.

Mots-clés:
*Modèle mathématique,
Stratégies,
Résolution de problèmes*

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de los conocimientos matemáticos inicia desde muy temprana edad, de manera intuitiva por el contacto y observación del mun-

do exterior y aunque el niño no tenga un lenguaje adecuado para manifestar estos conocimientos es cuando asiste al colegio o de pronto un poco antes si las condiciones son propicias que empezará a adquirir conocimientos, destrezas, habilidades que le permitirán jugar con los números y resolver problemas.

Este conocimiento permite a los estudiantes, desarrollar habilidades para solucionar situaciones en diferentes contextos, motivo por el cual son considerados por el Ministerio de Educación Nacional, en adelante MEN (2006), como el: “Eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas” (p.52). En este sentido la resolución de problemas matemáticos plantea un nuevo paradigma en los procesos de enseñanza y aprendizaje que difiere mucho del modelo tradicional, porque para resolver problemas los estudiantes necesitan destrezas que se relacionan con las competencias de la vida diaria, debido a que realizan actividades cognitivas superiores, por ejemplo, emplear los conocimientos previos de situaciones del contexto para encontrar la solución empleando la imaginación, la deducción, la especulación, el ensayo y la producción de conjeturas.

De acuerdo a Santos Trigo (2019): “La comunidad matemática reconoce que la resolución de problemas es una actividad crucial en el desarrollo del quehacer de la disciplina” (p.3). El resolver problemas es una de las labores de suma importancia que se presenta en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, labor que para unos pocos significa satisfacción y para muchos frustración, por lo que se hace imprescindible que estos desarrollen competencias para resolverlos adecuadamente.

En función de lo tratado, en el presente artículo se realiza un análisis de los aspectos teóricos encontrados en la literatura relacionada con la resolución de problemas desde el punto de vista de la psicología y de las matemáticas, permitiendo sintetizar aspectos que caracterizarán a un verdadero problema y comprender cómo el modelo de resolución de problemas de Polya (1945), está inmerso en modelos posteriores como los de Schöenfeld (1985), Mason, Burton y Stacey (1982), Mayer (1986), Bransford y Stein (1987), Miguel de Guzmán (1991), Campistrous y Rizo (1996)

y el método Singapur.

ABORDAJE TEÓRICO

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas se ha convertido en un auténtico desafío para los docentes y estudiantes, desde los primeros años de escolaridad, al respecto, D'Amore, Godino y Fandiño (2008), expresan:

Lo que aleja a los estudiantes de la matemática no es la matemática en sí, sino la forma como ésta se les presenta, el fracaso constante, la falta de interacción entre el mundo real y los contenidos matemáticos adquiridos, la imposibilidad de hacer y de usar la matemática más allá del tiempo y del espacio estrictamente escolar (p.54).

Esto ocasiona desinterés en los estudiantes, porque la matemática que se les enseña no se relaciona con actividades de la vida diaria, debido a la no utilización de estrategias didácticas acordes con la práctica cotidiana. La praxis cotidiana del aula, al tratar de promover la resolución de problemas matemáticos, se ha visto restringida a la ejercitación repetitiva de procedimientos o a la memorización y aplicación de fórmulas al finalizar los contenidos planteados por el docente, buscando la forma de demostrar la utilidad de las reglas y conceptos estudiados, en muchos de los casos.

Esta actividad resulta inadecuada para desarrollar habilidades y destrezas asociadas a la resolución de problemas, donde en la mayoría de los casos el docente enseña a los estudiantes a realizar ejercicios, pero no a resolver problemas y he aquí una de las dificultades de los estudiantes, porque se les ha enseñado una concepción errónea de lo que significa un problema matemático, pensando que es semejante a resolver ejercicios discutidos en clase, reproduciendo y aplicando algoritmos de las explicaciones brindadas por el docente.

Para apreciar la complejidad de la definición de problema, se realiza un análisis de las definiciones planteadas por expertos en la Psicología y la didáctica de la Matemática, permitiendo sintetizar aspectos que

caracterizarán a un verdadero problema matemático. Desde el punto de vista de la psicología, Newell y Simón (1972), consideran que: “[...]una persona se enfrenta a un problema cuando quiere algo y no conoce inmediatamente series de acciones que pueda ejecutar para conseguirlo” (p.72), lo cual es complementado por Ball (1970), estableciendo que: “[...]el problema se caracteriza como aquella situación que demanda de la realización de determinadas acciones (prácticas o mentales) encaminadas a transformar dicha situación” (p.85). Igualmente, Chi y Glaser (1986), complementan lo anterior explicando que: “Un problema es una situación en la que se intenta alcanzar un objetivo y se hace necesario un medio para conseguirlo” (p.295) y Perales (1994), plantea por su parte que un problema es “cualquier situación prevista o espontánea que produce, por un lado, cierto grado de incertidumbre y, por el otro, una conducta tendente a la búsqueda de su solución” (p.170). En la posición de cada uno hay un complemento que les une y relaciona con respecto a lo que es un problema, no dejan de tener un vínculo o eje principal.

Desde el punto de vista de las matemáticas, autores muy reconocidos en el tema como: Polya (1945), Kantowski (1980), Agre (1982), Schoenfeld (1985), Blum y Niss (1991), Guzmán (1993), Campistrous y Rizo (1996), Santos Trigo (1997). Reconocen los siguientes rasgos, para el concepto de problema, los cuales se pueden generalizar en tres aspectos:

- 1.La ausencia de una solución inmediata.
- 2.El desconocimiento de la vía o camino de solución.
- 3.La motivación para cambiar la situación a la cual se enfrentan.

Un problema no es más que una situación que un estudiante necesita resolver y para la cual no tiene, en principio, un camino rápido que le lleve a la solución, por lo que debe desplegar una serie de acciones para analizar los conocimientos matemáticos que posee y aplicar los que utilizará en el proceso de resolución, por el contrario, si inicialmente conoce el camino a seguir para encontrar la solución, este no será considerado como un problema sino un simple ejercicio. Los ejercicios no conllevan a una actividad intensa de pensamiento para su resolución, son actividades de entrenamiento, o aplicación rutinaria de contenidos o algoritmos que el docente emplea para constatar que

los alumnos han memorizado los conocimientos que él enseña.

Resolver un problema matemático implica un proceso mucho más complejo, que necesita de una actividad mental de mayor exigencia, que al resolver un ejercicio, por esto resulta importante resaltar la diferencia entre ejercicio y problema establecida por, Werner Jungk (1982), el cual incluye el concepto de tarea:

Una tarea puede ser para una persona que conoce el algoritmo, un ejercicio y para una persona que no conoce el algoritmo puede ser un problema en el sentido amplio. Los límites entre ejercicio y problema en el sentido amplio fluctúan en el proceso de solución. Este proceso está condicionado por la casualidad primeramente, esta forma de solución se reducirá poco a poco. Al mismo tiempo se construye un proceso que está caracterizado por un algoritmo de solución y que será aplicado cada vez más, por la mayoría de los alumnos en el transcurso del proceso de solución (p.46).

De esta manera, la diferencia entre un ejercicio y un problema radica en que los primeros son el medio de repetición constante de una actividad, orientada con la intención de que los estudiantes asimilen conocimientos y habilidades, así como su perfeccionamiento y los problemas tienen como objetivo la aplicación de los conocimientos, habilidades y hábitos para encontrar la solución.

Para resolver un problema matemático, el estudiante debe poner en juego todas las capacidades y habilidades para analizar, razonar y saber utilizar el conocimiento matemático que posee, aplicando los procedimientos adecuados al enfrentarse a situaciones concretas, es decir ser matemáticamente competente.

Un estudiante es competente en matemáticas cuando tiene el talento de resolver problemas en contextos relativamente nuevos, lo que de acuerdo con Fandiño (2006), va más allá de un saber hacer en un determinado contexto; implica también un desear hacer lo cual trae en consideración aspectos afectivos como la volición y la actitud, se reconoce cuando una persona ve, interpreta y se comporta en el mundo en un sentido matemático.

De acuerdo a lo anterior, además del saber hacer en diferentes contextos, se necesita que al estudiante desde los primeros años de escolaridad, se le despierte la curiosidad, la motivación y el interés; esto se logra con estrategias didácticas acordes con la praxis cotidiana que estimulen la disposición, voluntad y deseo de afrontar problemas, olvidando el carácter abstracto de las matemáticas.

En consecuencia, la búsqueda de nuevas estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas, ha sido durante muchos años la gran preocupación entre docentes e investigadores, quienes ven en los problemas una alternativa para enlazar las teorías matemáticas con la vida cotidiana. Entre los principales pioneros y expertos en la resolución de problemas, se encuentra el matemático de origen Húngaro, George Polya (1945), el cual enfoca la resolución de problemas a través de heurísticas, estrategias y representaciones estructuradas en momentos o etapas, este autor se enmarca en comunicar su propia experiencia al resolver problemas, compartiendo además la idea de que las estrategias y preguntas de un experto podrían ser modeladas por los docentes en el aula de clase y es quien propicia la proliferación del término Heurístico, al incluirlo en su libro como plantear y resolver problemas, donde asocia la heurística con la palabra “*problema*”, que a su vez proviene del griego “*lanzar adelante*”.

Polya (1945), establece las necesidades para aprender a resolver problemas, para este autor el principal propósito es ayudar a que el alumno adquiera la mayor experiencia en la tarea de resolución de problemas, convirtiéndose el docente en un guía que en todo momento dejará al estudiante asumir la parte de responsabilidad que le corresponde. Este autor, considerado por muchos el padre de la heurística matemática, estableció cuatro fases y cada una de ellas la asocia a una serie de preguntas y acciones que aplicadas adecuadamente permitirán resolver un problema:

1. Comprender el problema: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
2. Concebir un plan: ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?
3. Ejecutar el plan: ¿Son correctos los pasos da-

dos?

4. Examinar la solución obtenida: ¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?

A partir de Polya (1945), aparecen diversas propuestas inspiradas en esta que comprenden una serie de pasos y acciones que deben ser aplicados según la naturaleza del problema y del contexto educativo como las de: Schönfeld (1985), Mason, Burton y Stacey (1982), Mayer (1986), Bransford y Stein (1987), Miguel de Guzmán, (1991), Campistrous y Rizo (1996), entre otros. A continuación se presentan los aportes más importantes de cada modelo y al finalizar se realizará una comparación de las fases propuestas por cada uno de ellos.

En el caso de Schönfeld (1985), sostiene que el proceso es más complejo y reconociendo las ideas de Polya, incorpora la metacognición, que permite al resolutor mantener un control de su progreso hasta dar con la solución del problema, involucrando elementos de carácter emocional-afectivo, psicológico, sociocultural, entre otros; planteando la existencia de cuatro aspectos que intervienen y se debe tener en cuenta, en la resolución de problemas y que sirvan para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas:

1. Recursos cognitivos: conjunto de hechos y procedimientos a disposición del resolutor.
2. Heurísticas: estrategias o reglas para progresar en situaciones difíciles.
3. Control: aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.
4. Sistema de creencias: nuestra perspectiva con respecto a la naturaleza de la matemática y cómo trabajar en ella.

En el mismo orden de ideas, Mason, Burton y Stacey (1982), formulan una propuesta inspirada por los planteamientos de Polya (1945), sobre la forma de resolver un problema de manera correcta, el cual permite el desarrollo del pensamiento matemático por medio de la sistematización y reflexión de la práctica y el trabajo de la resolución de problemas de cada individuo, estableciendo durante el proceso estados emocionales cómo ir aprendiendo de la experiencia para así tener herramientas que faciliten el desarrollo del pensamiento matemático, es lo que Schoenfeld (1985) citado en Santos (2007) conoce como metacognición, refiriéndose: “Al conocimiento de nuestro propio proce-

so cognoscitivo, al monitoreo activo y a la consecuente regulación y orquestación de las decisiones y procesos utilizados en la resolución de un problema“ (p. 59). Este modelo busca despertar en los estudiantes el interés y la motivación, mediante el razonamiento matemático, el cual se mejora mientras más se practica y se trabaja sobre un problema.

Por su parte Mayer (1986), propone un modelo cognitivo, que surgió del análisis de los procedimientos que realizan los estudiantes al resolver problemas matemáticos y se basa en la teoría del procesamiento de la información, donde se debe tener conocimientos lingüísticos, semánticos, esquemático, estratégicos y operatorio, para traducir y encontrar la solución a un problema.

En tanto Bransford y Stein (1987), apoyados desde una perspectiva psicológica, reconocen los elementos que se deben tener en cuenta al resolver un problema y siguiendo el modelo desarrollado por Polya (1945), dividen sus fases en otras más simples y de mayor aplicabilidad en la vida diaria, llamándolo el modelo IDEAL (por las siglas de las iniciales de cada paso), para los autores lo importante es despertar la creatividad y la innovación al aplicar estrategias que permitan resolver problemas de la vida cotidiana.

Igualmente Miguel de Guzmán (1991), a partir de los planteamientos de Polya (Ob.Cit), Mason et al. (1982) y de los trabajos de Schoenfeld (1985), sobre las actividades de metacognición, diseñó un modelo cuya finalidad es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento ejercitando su creatividad, a fin de eliminar obstáculos presentes en la resolución de un problema, brindando en su modelo orientaciones específicas a través de preguntas en cada una de sus fases, generando confianza, tranquilidad, curiosidad y la disposición para aprender por parte del resolutor.

Por último Campistrous y Rizo (1996), reconocen la importancia de las fases del modelo de Polya (ibídem) y consideran: “Que el alumno deje de ser objeto de enseñanza y pase a ser sujeto de su aprendizaje, es decir, describir el procedimiento en acciones para el alumno” (p.63). Su modelo incluye una serie de preguntas que el estudiante debe hacerse y orientaciones para que interiorice el procedimiento y encuentre la solución al problema.

Los autores anteriores conciben todo un sistema teórico que incluye estrategias, representaciones, acciones y/o procedimientos para facilitar la resolución de problemas, al que se denomina instrucción heurística. Estos autores comparten elementos comunes de Polya (1945) y estrategias heurísticas que permiten comprender el proceso de resolución de problemas, analizando las operaciones mentales que realiza el estudiante y que pueden ser aplicadas en las distintas situaciones que se presenten a lo largo de su vida cotidiana.

Como se pudo apreciar con el pasar de los años, distintos modelos continúan teniendo como base teórica el método propuesto por Polya (Ob.Cit), lo que demuestra que su teoría no ha perdido vigencia, como es el caso del método Singapur, el cual tiene como pionero a Yeap Ban Har (2010), considerado el principal formador mundial de profesores de matemática, este método de enseñanza que en la actualidad se ha expandido en más de 42 países, permite a los estudiante brindar respuestas argumentadas al resolver problemas y retoma las teorías de Skemp (1980), asociada a los aspectos de comprensión de las matemáticas, Dienes (1978) con la variación sistemática, Vigotsky (1988) con la zona de Desarrollo Próximo y principalmente en el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto) de las teorías Bruner (1984), este modelo utiliza objetos, ilustraciones, esquemas visuales y símbolos para resolver problemas y su objetivo es enlazar la experiencia del estudiante con representaciones mentales que beneficien la construcción del aprendizaje, para avanzar a lo abstracto y esto se desarrolla a través de las bases teóricas del método Polya (ibídem), para la resolución de problemas siguiendo los pasos: Leer el problema y escribir de qué habla, leer frase por frase y graficar lo leído, realizar las operaciones y escribir los resultados en el gráfico y escribir la respuesta al problema.

METÓDICA DE LA INVESTIGACIÓN

El abordaje metódico para la elaboración de este artículo consistió en compilar los documentos de donde se extrajo las teorías de los autores precitados asumiendo el enfoque cualitativo, para la interpretación de tales postulados teóricos, por su naturaleza interpretativa y hermenéutica.

Al respecto de la investigación documental Arias (2012), establece que: “Es un proceso basado en la búsqueda, recuperación, análisis, crítica e interpretación de datos secundarios, es decir, los obtenidos y registrados por otros investigadores en fuentes documentales: impresas, audiovisuales o electrónicas” (p.27). Este proceso se lleva a cabo a través de una revisión, análisis e interpretación de la literatura que contiene los planteamientos expuestos por diversos autores relacionados con la resolución de problemas matemáticos y los modelos de: Polya (1945), Schönfeld (1985), Mason et al (1982), Mayer (1986), Bransford y Stein (1987), Miguel de Guzmán, (1991), Campistrous y Rizo (1996).

La revisión de la literatura de los autores anteriores fundamentan la intencionalidad de la investigación, para Quezada (2010), “El objetivo de la investigación documental es elaborar un marco teórico conceptual para formar un cuerpo de ideas sobre el objetivo de estudio” (p.35). En este sentido al aplicar los principios de la hermenéutica, se coloca a disposición de los docentes, elementos valiosos que pueden garantizar una mejor comprensión del concepto de problema matemático y como el Modelo de George Polya (Ob.Cit), ha estado inmerso en modelos posteriores.

APROXIMACIÓN A LOS HALLAZGOS PRODUCTO DE LA INTERPRETACIÓN DOCUMENTAL

Como se puede apreciar en el cuadro N°1, los modelos de Polya (1945), Schönfeld (1985), Mason, Burton y Stacey (1982), Mayer (1986), Bransford y Stein (1987), Miguel de Guzmán (1991), Campistrous y Rizo (1996), comparten elementos comunes, como lo son: la comprensión del problema, el diseño de la estrategia, la ejecución del plan o estrategia y la comprobación o reflexión sobre la resolución del problema, analizando la congruencia o no de la solución.

Cuadro N°1

Comparación de las fases de los modelos de resolución de problemas.

Polya (1945)	Schöenfeld (1985)	Mason, Burton y Stacey (1982)	Mayer (1986)	Bransford y Stein (1987)	De Guzmán, (1991)	Campistrous y Rizo (1996)
Comprender el problema	Analizar y comprender un problema	Abordaje	Traducción	Identificación del problema.	Familiarizarse con el problema	Comprender el problema
			Integración	Definición y presentación del problema.		
Concebir un plan	Diseñar y planificar una solución	Ataque	Planificación y supervisión	Elaboración de posibles estrategias de solución	Búsqueda de estrategias	Encontrar una vía de solución (análisis)
Ejecutar el plan	Explorar soluciones.		Ejecución		Actuación fundada en esa estrategia.	Llevar adelante la estrategia
Examinar la solución obtenida	Verificar la solución.	Revisión			Logros, observación y evaluación de los efectos de la actividad	Revisar el proceso y sacar consecuencias de él

Fuente: Elaborado por el autor (2020).

De igual manera aspectos presentes en el modelo propuesto por Polya (ibídem), están inmersos de una u otra forma en el método Singapur, donde al permitir avanzar de lo concreto a lo pictórico y luego a las representaciones abstractas, favorecen en los estudiantes el desarrollo del pensamiento lógico, como se puede observar en sus 8 pasos: Se lee el problema, se decide de qué o de quién se habla, se dibuja una barra unidad, (la cual es un rectángulo que representa la cantidad total), se relea el problema frase por frase, se ilustran las cantidades del problema, se identifica la pregunta, se realizan las operaciones correspondientes, se escribe la respuesta con sus unidades.

REFLEXIONES FINALES

Una persona se encuentra frente a un problema solamente cuando desconoce las acciones, vías o caminos que debe realizar para llegar a la solución, lo que a su vez implica la elaboración de una actividad consciente por parte del sujeto para buscar dicha solución.

Lo anterior permite entender que el término problema, no se puede emplear para designar cualquier tipo de problema que se le plantee al estudiante, no todo ejercicio o tarea constituye un verdadero problema y aunque en algunas ocasiones se les presentan situaciones que se le denomina problemas no constituyen tales, porque no cumplen con los rasgos mencionados anteriormente y desde el punto de vista del estudiante y de la actividad cognoscitiva que genera ante ellos, reúne un verdadero problema.

No cabe duda que Polya (1945), fue pionero o gestor de las primeras etapas de esta temática y con el pasar de los años su modelo ha inspirado a muchos investigadores, quienes lo han enriquecido con nuevos elementos, que permiten ver los problemas matemáticos como una oportunidad para dotar a los estudiantes de herramientas y estrategias, que favorezcan el desarrollo de destrezas y habilidades para aplicar lo aprendido en situaciones problemas de la vida real, en este sentido modelos más recientes como el de Singapur (2010) permiten aprender a usar las estrategias heurísticas planteadas por Polya (ob.cit), abordando la matemática como un conjunto de conceptos aplicables a la resolución de problemas de la vida cotidiana,

que van más allá del trabajo de memorizar fórmulas o reglas matemáticas tradicionales y que favorecerán la reflexión y el uso de habilidades de pensamiento.

REFERENCIAS

- Agre, G. P. (1982). *The Concept of Problem. Educational Studies in Mathematics*, 13(2).
- Arias, F. (2012). *El proyecto de investigación. Editorial Episteme. 6ta Edición. Caracas. Venezuela.*
- Blum, W. y Niss, M. (1991). *Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects- State, trends and issues in mathematics instruction, Educational Studies in Mathematics 22.*
- Ball, G. (1970). *Contenido psicológico del concepto problema. Cuestiones en Psicología. Nº 6. Moscú.*
- Ban, Y. (2010). *Bar Modelin: A problem-Solving Tool. Singapur: Marshall Cavendish Education Professional Development.*
- Bransford, J. y Stein, B. (1987). *Solución IDEAL de Problemas. Barcelona, España: Ed. Labor.*
- Bruner, J. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje. Madrid: Alianza Editorial.*
- Campistrous, L y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación, La Habana. Cuba.*
- Chi, M.T.H. y Glaser, R. (1986) *Capacidad de resolución de problemas, en R.J. Sternberg, Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información, Barcelona: Labor.*
- D'Amore, B. Godino, J y Fandiño, M. (2008). *Competencias y matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.aulavirtual-exactas.dyndns.org/claroline/backends/download.php?url=I01bvevssufmx0rfx0xfq1rvukevq09nuevuru5dsuevrf9fqw1vcmvfq29tcgv0zw5jawffev9nyxrlbwf0awnhlnbkz-g%3d%3d&cidreset=true&cidreq=pmfcmatemat.> [Consulta: 2020, Mayo 30]*
- Dienes, Z. (1978). *La Matemática Moderna en la Enseñanza Primaria. Barcelona: Editorial Teide S.A.*
- Fandiño, M. (2006). *Currículo, evaluación y formación docente en matemática, Bogotá: Magisterio.*
- Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor. Barcelona, España: Labor*
- Guzmán, M. (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática. Organización de estados iberoamericanos para educación, la ciencia y la cultura. Editorial Popular. ISBN: 84-7884-092-3. Depósito Legal: M-9207-1993.*
- Kantowski, M. G. (1980). *Some Thoughts on Teaching for Problem Solving. En KRULIK, S y REYS, R.E. (Eds.) Problem Solving in School Mathematics. NCTM: Reston.*
- Mason, J. Burton, K. y Stacey, K. (1982). *Pensar Matemáticamente. Barcelona, España: Ed. Labor.*
- Mayer, R. (1986). *Thinking, problem solving and cognition. Barcelona: (Trad. Graziella Baravella). (1a ed.). Barcelona: Ediciones Paidós. (Original publicado en 1983).*
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de Competencia en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.*
- Newell y Simon (1972). *Human problem solving. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.*
- Polya, G. (1945). *Como plantear y resolver problemas. México: Ed. Trillas (traducción, 1962).*
- Santos (2019). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Conectando el trabajo de Polya con el desarrollo del razonamiento digital. Conferencia Interamericana de Educación Matemática, organizada por Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN, México. [Documento en línea]. Disponible: <https://conferencia.ciaemredumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/1085/584> [Consulta: 2020, Agosto 04]*
- Santos Trigo L. M. (2019). *La resolución de problemas matemáticos fundamentos cognitivos. México: Trillas.*
- Santos Trigo, L. M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas. México: Grupo Editorial Iberoamérica.*
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving. Academic Press, New York.*
- Skemp, R.(1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas., Madrid, España: Morata*
- Perales J.(1994). *La resolución de problemas: una revisión estructurada. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación. Campus Universitario de Cartuja. Granada. [Revista en línea] Disponible: <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v11n2p170.pdf> [Consulta: 2020; Junio 23].*
- Quezada, N. (2010). *Metodología de la investigación., Lima, Perú: Editorial Macro E.I.R.L.*
- Vigotsky, L. (1988). *El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores. México: Editorial. Grijalbo. P.133*
- Werner J.(1982). *Conferencia sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 2. Primera parte. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.*